MICRO-ECONOMIE

Concepteur du cours: Ridha saâdallah

Université Virtuelle de Tunis

2006

Introduction Générale

Dans l'attente d'une définition formelle et précise à laquelle nous aboutirons à la fin de cette partie introductive, nous pouvons commencer par affirmer que la Micro-économie est une branche de *l'Economie* ; elle-même une science sociale dont l'objet est l'étude de la société sous l'angle de ses activités économiques telles que la production, la consommation et l'échange. Une société vue sous cet angle est encore appelée une *économie*.

I- Qu'est-ce qu'une économie ?

Une économie est composée d'unités très nombreuses agissant chacune comme un centre de décision autonome et liées entre elles par un réseau complexe d'interdépendances.

1- Les décideurs

On distingue deux grandes catégories de centres de décision appelés aussi *agents* économiques : Les ménages et les entreprises.

- Un *ménage* est un individu ou un groupe d'individus vivant ensemble et agissant comme un centre de décision unique en matière de consommation. La famille constitue l'exemple type de ménage. Mais un ménage peut aussi être constitué d'individus sans lien de parenté entre eux tels que des étudiants partageant le même logement.

- Les *entreprises* sont des organismes où se déroule l'activité de production. Elles peuvent prendre la forme soit d'entreprises individuelles où le propriétaire est lui-même le gérant de son affaire, soit de sociétés de personnes ou de sociétés de capitaux. Dans une économie de propriété privée les entreprises sont possédées par les ménages.

A côté de ces deux pôles majeurs de l'économie, on considère deux autres agents : l'Etat et l'Extérieur.

L'*Etat* assure plusieurs fonctions. Il exerce d'abord une fonction de régulation qui consiste à édicter les règles de jeu et le cadre institutionnel dans lequel se déroule l'activité économique. L'Etat exerce aussi une fonction de production dans la mesure où certains biens et services sont produits dans les services administratifs relevant de l'Etat. Enfin l'Etat joue un rôle de redistribution de la répartition primaire des revenus. L'Etat peut par exemple juger inacceptable qu'une partie de la population reste sans ressources parce qu'elle ne peut pas trouver d'emplois. Il peut dans ce cas prélever des impôts qui serviront à financer le versement d'allocations de chômage à cette frange de la population, restée sans emplois.

Les ménages, les entreprises et l'Etat suffisent à décrire une économie lorsqu'elle n'entretient pas de relations avec le reste du monde, c'est-à-dire lorsqu'elle est *fermée*. Au contraire dans une économie ouverte, il faut y ajouter un quatrième agent qui regroupe toutes les entités extérieures qui sont en relation avec cette économie : les exportateurs, les importateurs et les investisseurs étrangers. Cet agent s'appelle *l'Extérieur*.

2- Les biens et services

Les entreprises produisent des marchandises telles que l'acier, le charbon, les chaussures, les ordinateurs, les avions civils et militaires. Ils sont appelés les *biens*.

Elles produisent aussi des produits non tangibles appelés *services*. L'assistance fournie par un avocat, la consultation d'un médecin, l'assurance et le transport sont autant d'exemples de services.

Pour produire, les entreprises ont besoin de biens et services produits par d'autres entreprises : machines, matières premières et produits semi-finis. Elles ont aussi besoin de biens non produits appelés *ressources primaires* tels que les différents types de travail manuel ou intellectuel, la terre et les minerais enfouis dans le sous-sol. Les biens produits ou non produits utilisés par les entreprises dans leur activité de production sont aussi appelés *facteurs de production*.

En définitive on peut synthétiser le fonctionnement de toute économie par *la transformation au sein d'entreprises d'un stock de ressources afin de produire des biens et services destinés à satisfaire les besoins des ménages*.

II- La rareté des ressources

Toute société et tout individu sont confrontés au déséquilibre des besoins quasiment illimités et des ressources nécessairement limitées. Même les sociétés les plus développées, parfois qualifiées de sociétés d'abondance, n'ont pas atteint et ne sont même pas proches d'atteindre cette situation utopique des ressources illimitées. Aux Etats Unis, le pays le plus riche du monde, un simple ajustement du niveau de vie de l'Américain moyen pour égaler celui du médecin moyen exigerait une multiplication du revenu national par 4 ou 5. Alors que dire de ce qu'exigerait la satisfaction de tous les désirs de tous les citoyens américains ?

La rareté c'est à dire l'insuffisance des ressources par rapport aux besoins, est donc un phénomène incontournable aussi bien pour les sociétés dans leur ensemble que pour les individus qui les composent. Elle a une double conséquence. D'une part elle donne un sens à l'étude des lois qui régissent les économies, c'est-à-dire à l'Economie. Elle contraint d'autre part tous les agents économiques à faire des choix entre les usages alternatifs des ressources.

1- La rareté fondement de l'Economie

Imaginons un instant que nous nous trouvons dans une société d'opulence où les ressources sont abondantes à tel point que tous les désirs des individus et même leurs fantaisies peuvent être satisfaits. Dans une telle société l'offre dépasse la demande de chaque bien et de chaque service. Les prix deviennent nuls et il n'y aurait pas de biens économiques. C'est donc la rareté des ressources qui donne un sens à l'étude des lois qui régissent les économies. En effet, c'est parce que les ressources sont rares qu'il y a un besoin de savoir comment les sociétés et les individus s'organisent pour gérer cette rareté et pour satisfaire au mieux leurs désirs, à défaut de pouvoir les satisfaire tous.

2- La rareté et la nécessité des choix

Parce que les ressources ne suffisent pas à satisfaire tous les besoins, la société comme les agents qui la composent sont contraints de faire des choix.

La société doit choisir les biens qu'elle veut produire. Les entreprises doivent aussi choisir combien et comment produire, alors que les ménages doivent choisir quoi consommer.

A- Le choix de la société

La rareté des ressources implique que la société ne peut pas produire des quantités infinies de tous les biens. Elle doit faire des choix entre la multitude de biens et services qu'elle peut produire. Décider par exemple s'il faut produire beaucoup de produits alimentaires pour se nourrir ou beaucoup de matériel militaire pour se défendre ; beaucoup de machines qui ne produiront des biens de consommation que plus tard ou beaucoup de biens de consommation courante tout de suite quitte à limiter sa capacité de production future faute d'investissements suffisants.

La rareté des ressources implique aussi qu'une fois la société a bien utilisé ses ressources pour produire certaines quantités de tous les biens, elle ne peut plus augmenter la quantité produite d'un bien que si elle diminue la quantité produite d'au moins un autre bien. Ce nécessaire arbitrage entre les quantités produites des différents biens traduit l'existence d'un prix à l'augmentation de la production de n'importe quel bien. Ce prix s'appelle *coût d'opportunité* (ou aussi *coût de renonciation*). Un exemple pour mieux saisir cette idée de coût d'opportunité. Supposons pour simplifier qu'une société produit deux biens seulement : du blé et des voitures. Admettons qu'elle a décidé de produire 9 unités de blé en utilisant une partie de ses ressources. Avec le reste, elle ne pourra produire qu'au plus 3 unités de voitures. Elle peut produire moins si elle n'est pas bien organisée. Mais même lorsqu'elle est parfaitement bien organisée (on dit qu'elle est efficiente) elle ne peut produire plus de trois unités. Alors que faire si elle veut produire 4 unités de voitures? La seule issue est d'accepter une production moindre de blé, 5 unités par exemple. L'unité supplémentaire de voitures aura donc coûté à la société 4 unités de blé. On dira que lorsque la société produit 9 unités de blé et 3 unités de voitures, le coût d'opportunité d'une unité supplémentaire de voitures est 4 unités de blé.

B- Le choix des entreprises

Les entreprises doivent répondre à la question : comment produire ? C'est à dire quelle technique utiliser pour produire un certain bien. Avec beaucoup de main d'œuvre ou grâce à des procédés automatisés ? Elles doivent aussi choisir quoi et combien produire.

C- Le choix des ménages

La rareté des ressources s'applique également aux consommateurs. Ils ne peuvent de toute évidence pas acheter tout ce dont ils ont envie avec les ressources qu'ils possèdent. Ils doivent donc choisir comment affecter ce qu'ils ont entre les biens disponibles, c'est à dire décider quoi et combien consommer. Un autre choix que doivent faire les consommateurs est de décider à chaque période le montant de leurs ressources qu'ils veulent consacrer à la consommation de la période courante, c'est à dire décider s'ils veulent dépenser exactement leurs revenus, ou plus en empruntant ou moins en épargnant.

III- Interdépendance des choix et mécanisme de coordination

Nous avons expliqué comment la rareté des ressources contraint les ménages comme les entreprises à faire des choix. Ces choix sont nécessairement interdépendants.

En effet, en choisissant les quantités qu'ils veulent consommer des différents biens, les consommateurs sont limités par les ressources dont ils disposent, en particulier par la quantité de travail qu'ils veulent et peuvent vendre aux entreprises. Or cette quantité dépend du choix des entreprises quant à la technique utilisée : beaucoup de main d'œuvre ou peu de main d'œuvre. Ainsi les choix des ménages dépendent des choix techniques des entreprises.

De même les entreprises en choisissant ce qu'elles veulent produire et en quelles quantités sont influencées par les choix des consommateurs relativement aux biens et aux quantités qu'ils veulent consommer. Ainsi les choix des entreprises sont aussi dépendants des choix des ménages.

L'interdépendance de cette multitude de décisions pose la question du mécanisme pouvant assurer leur cohérence. Qu'est-ce qui fait que ce que des ménages très nombreux sans consultation entre eux voudraient acheter égale exactement ce que de l'autre côté un très grand nombre d'entreprises voudraient vendre ?

Deux mécanismes peuvent assurer cette fonction de coordination : l'intervention autoritaire de l'Etat et le fonctionnement décentralisé du marché.

Dans une économie planifiée pure, c'est le bureau du plan qui fixe les biens à produire, en quelles quantités et de quelle façon. C'est aussi l'Etat qui supervise la distribution des biens produits.

Dans une économie libérale *pure*, c'est au marché *seul* qu'incombe la responsabilité d'assurer la cohérence des décisions sans intervention de l'Etat, si ce n'est la fixation des règles du jeu.

Mais comment le marché parvient-il à orchestrer comme d'une *main invisible* toutes ces décisions ?

Observons d'abord que le marché d'un bien ou d'un service est entendu dans le sens le plus général d'un mécanisme par lequel les acheteurs et les vendeurs interagissent pour en déterminer le prix et la quantité échangée.

Les deux pôles principaux du marché sont les consommateurs d'une part et les entreprises d'autre part.

Sur le marché des ressources, les consommateurs offrent du travail aux entreprises. Ils sont guidés par un certain nombre de facteurs, tels que le besoin de se procurer un revenu ou le goût pour le travail ou au contraire la préférence pour le loisir. Mais le facteur principal qui conduit les consommateurs à offrir une quantité plus ou moins grande d'une certaine ressource est son prix : plus le prix est élevé, plus les consommateurs sont disposés à offrir les ressources dont ils disposent.

Les entreprises ont besoin de ces mêmes ressources pour produire. Elles sont guidées par leur propre intérêt, c’est à dire par la recherche du profit. Plus le prix des ressources est élevé, plus le coût de production est élevé, ce qui, toutes choses étant égales par ailleurs, implique des profits plus faibles. Sur le marché de chaque ressource il y aura confrontation entre une offre qui croît avec le prix et une demande qui décroît avec le prix. Si le prix est trop élevé, la demande serait insuffisante pour absorber toute l'offre. Les consommateurs qui n'arrivent pas à vendre ce qu'ils voulaient vendre à ce prix seraient disposés à accepter un prix inférieur, ce qui encouragerait les entreprises à demander plus de cette ressource. Il y aurait donc un moment où le prix égaliserait l'offre et la demande. C'est le *prix d'équilibre*. On pourrait conduire un raisonnement similaire pour montrer comment on est amené à l'équilibre à partir d'une situation où le prix est trop bas.

Les consommateurs et les entreprises vont se rencontrer aussi sur les marchés des produits. Là, les consommateurs vont se décider sur les biens et les services qu'ils demandent et sur les quantités demandées en fonction d'un certain nombre de facteurs, tels que leurs goûts pour tel ou tel produit, l'utilité que leur procure l'acquisition de tel ou tel bien, le revenu dont ils disposent mais surtout le prix de chaque bien ou de chaque service. Plus le prix est élevé, moins on en demande, toutes choses étant égales par ailleurs. Pour les entreprises qui offrent ces produits, le prix est une recette. Plus le prix est élevé, plus elles sont disposées à en produire pour les vendre aux consommateurs. Le même mécanisme souligné à propos des marchés des ressources conduit à l'équilibre du marché c'est à dire à la détermination du prix auquel la quantité demandée par les consommateurs est exactement égale à celle offerte par les entreprises.

Remarquons que d'après le raisonnement que nous venons de faire, l'équilibre sur chaque marché ne dépend que de l'offre et de la demande sur ce même marché. Tous les marchés sont indépendants. Cette propriété ne tient cependant que si la demande et l'offre sur un marché ne dépendent que du prix du bien échangé sur ce marché ou si les prix des autres biens sont supposés inchangés. Or la demande d'un bien dépend non seulement du prix de ce bien mais des prix d'autres biens. La demande de poisson peut augmenter par exemple lorsque le prix de la viande augmente parce que les ménages substituent le bien dont le prix n'a pas augmenté au bien dont le prix a augmenté. La demande de sucre peut aussi diminuer lorsque le prix du thé augmente parce que les ménages en consommant moins de thé, consomment en même temps moins de sucre.

De la même façon l'offre d'un bien dépend à côté du prix de ce bien des prix de tous les facteurs de production.

Donc la recherche de l'équilibre sur chaque marché pris isolément (*équilibre partiel*) ne vaut en toute rigueur que si les prix des autres biens restent inchangés. Elle reste cependant pratiquement justifiée lorsque les effets indirects (de la variation des prix des autres produits) sont peu importants en regard de l'effet direct de la variation du prix du bien considéré.

Lorsqu'on ne veut pas faire cette hypothèse de stabilité des autres prix, on ne peut plus trouver l'équilibre sur un marché indépendamment de ceux qui s'établissent sur les autres marchés qui deviennent ainsi interdépendants. La coordination des décisions, donc l'égalisation des quantités demandées et des quantités offertes de tous les biens, exige la résolution simultanée des équilibres sur tous les marchés c'est à dire *l'équilibre général* de l'économie.

Arrivés à ce point, il est temps de clore cette introduction en proposant d'abord une définition précise de l'Economie, en précisant ensuite ce qui distingue la Micro-économie des autres branches de l'Economie et en fournissant enfin une esquisse de son contenu.

IV - Définition et objet de la micro-économie

En parlant de la rareté des ressources en tant que fondement de l'Economie nous nous étions particulièrement rapprochés de la définition de l'Economie. En effet presque toutes les définitions qui en sont proposées sont construites autour de cette notion-clé de ressources rares. La définition suivante due à E.Malinvaud en est un exemple : *"L'Economie est la science qui étudie comment des ressources rares sont employées pour la satisfaction des besoins des hommes vivant en société ; elle s'intéresse d'une part aux opérations essentielles que sont la production, la* *distribution et la consommation des biens, d'autre part aux institutions et activités ayant pour objet de faciliter ces opérations."*

Depuis les années trente et sous l'influence d'un grand économiste du nom de J-M. Keynes, l'Economie est subdivisée en Micro-économie et Macro-économie. Plus que des domaines ou des compartiments de l'Economie, la Micro et la Macro sont des approches différentes et complémentaires de traitement des questions économiques.

L'approche micro-économique traite son sujet en respectant *l'individualité* de chaque agent et surtout de chaque bien alors que l'approche macro-économique ne s'intéresse qu'à des *agrégats* de biens et d'agents.

La Micro-économie s'intéresse aux questions suivantes :

1- Le comportement de *chaque* agent (consommateur, producteur) à la base des décisions d'offre et de demande portant sur des biens *particuliers*.

2- La formation des prix sur des marchés particuliers par interaction des décisions d'offre et de demande portant sur un *même bien* et en supposant que les prix des autres biens sont inchangés (équilibre partiel).

3- La détermination simultanée des prix, et des quantités produites, échangées et consommées de tous les biens (équilibre général).

4- La comparaison, du point de vue de la société, entre différents états de l'économie, caractérisés chacun par un vecteur particulier de quantités produites et consommées (théorie de l'optimum social).

C'est à la première série de ces questions qu'est consacré le présent ouvrage. Il se subdivise en deux parties :

La première traite du comportement du consommateur. Elle développe dans un premier chapitre la *théorie des choix du consommat*eur. Elle en reprend les principaux résultats pour construire dans le second chapitre la *théorie de la demande*.

Le comportement du producteur, objet de la deuxième partie, est analysé en trois chapitres. Le premier est réservé à une présentation de la contrainte technique qui s'impose à l'entreprise dans ses choix des quantités produites et des quantités utilisées des facteurs de production. Il introduit ainsi les notions d'*ensemble et de fonction de production*. Dans le deuxième chapitre, nous supposons momentanément résolue la question du choix de la quantité à produire et nous nous intéressons à la théorie de la *demande de facteurs de production*, à quantité d'output donnée. Nous en déduisons la théorie des *coûts de production*. Dans le troisième et dernier chapitre, nous revenons sur l'hypothèse précédente et nous nous intéressons à la question de la détermination du *volume optimal de production*, lorsque l'entreprise opère sur des marchés d'inputs et d'output qualifiés de concurrentiels.

Première Partie : Comportement du consommateur

Chapitre I : Théorie des choix du consommateur

Dans ce chapitre, nous allons expliquer comment le consommateur choisit parmi tous les biens et services disponibles dans l'économie ceux qu'il désire acquérir et en quelles quantités.

I- Le modèle des choix du consommateur

Les choix du consommateur sont supposés obéir à une certaine *rationalité*: obtenir le maximum de satisfaction sous la contrainte que ses dépenses ne dépassent pas le revenu dont il dispose.

Nous supposons que le consommateur est capable de comparer *l'utilité* ou la *satisfaction* que lui procure la consommation de deux paniers de biens différents.

En supposant qu'il existe n biens dans l'économie et en appelant x_1, x_2,.....,x_n les quantités consommées des n biens, on leur associe un niveau de satisfaction $S(x_1, x_2,...,x_n)$.

Les prix p_1, p_2,...., p_n sont des données exogènes, reflétant l'hypothèse qu'aucun consommateur ne peut influencer les prix par ses propres décisions. La dépense totale $p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots\ldots + p_nx_n$ ne doit pas dépasser le revenu du consommateur, R. Cette contrainte est appelée *contrainte budgétaire*.

Le modèle des choix du consommateur peut donc s'écrire formellement comme la détermination d'un panier de consommation $\left(\mathbf{x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*}\right)$ tel que :

$$\mathbf{S\,(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*) \geq S\,(x_1, x_2, \ldots, x_n) \quad \forall\,(x_1, x_2, \ldots, x_n) \in \chi}$$

sous la contrainte $\sum_{i=1}^{i=n} p_i\, \mathbf{x_i^*} \leq R$,

où X désigne l'ensemble des paniers de consommation *physiquement* possibles.

La résolution du modèle permet de trouver, sous certaines conditions, les quantités consommées en fonction des variables exogènes : prix et revenu. Ces fonctions $x_i = g_i\,(p_1, p_2,...,p_n, R)$ sont appelées *fonctions de demande*.

II- Ensemble des consommations possibles et contrainte budgétaire

1- Ensemble des consommations possibles

Si on se limite aux biens de l'économie qui sont acquis par le consommateur, la seule limite aux possibilités de consommation est que la quantité acquise de chaque bien ne peut être négative. L'ensemble des possibilités de consommation est alors représenté par la partie de R^n dont aucune composante n'est négative (*fig. 1.1- a*) .

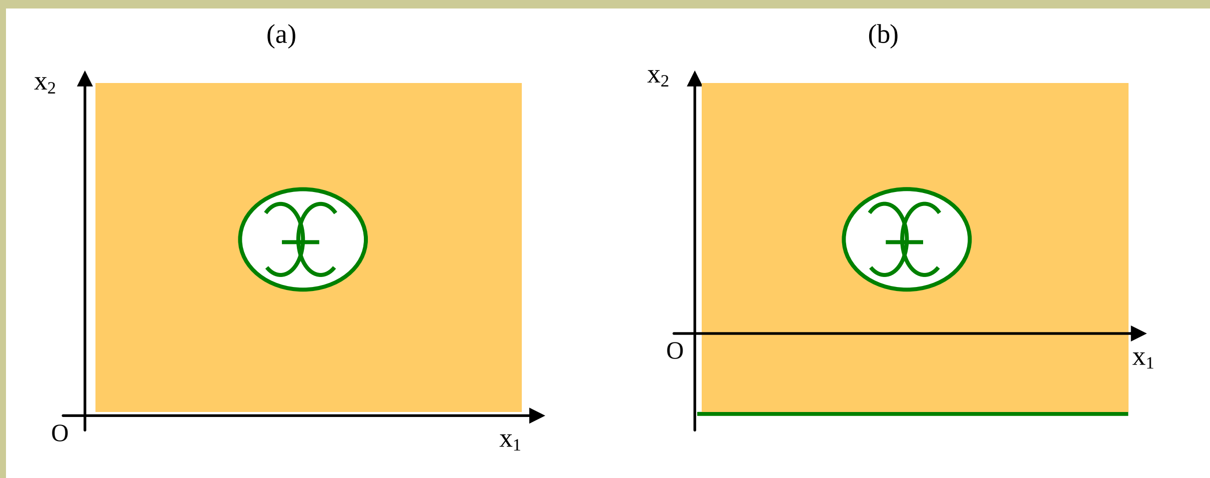


Figure 1.1 Ensemble des consommations physiquement possibles : (a) Les deux biens sont acquis. (b) Le bien 2 peut être fourni

Cependant, la théorie du consommateur peut utiliser le même cadre pour représenter non seulement les biens acquis par les consommateurs mais aussi les prestations fournies par eux, en particulier le travail. Dans ce cas, une prestation est considérée comme une *consommation négative* et est donc comptée négativement. Si on se place dans le cas simple de deux biens dont le deuxième est le travail, l'ensemble des possibilités de consommation est représenté par la partie du demi-plan correspondant à des consommations non négatives du premier bien et à une consommation x_2 de travail. La quantité de travail fournie est positive, elle est égale à $-x_2$. L'idée que le consommateur ne peut pas fournir plus d'une quantité maximale de travail se traduit par la condition que x_2 doit dépasser un minimum $\underline{x}_2$ (*fig. 1.1- b*).

Sauf mention contraire, nous nous référons par la suite au cas classique où le consommateur ne fournit aucune prestation.

2- Contrainte budgétaire

A – Le cas régulier

a – La droite de budget

Lorsque les choix du consommateur ne sont limités que par son revenu et qu'il n'existe ni taxes ni subventions (on parle alors de cas régulier), la contrainte budgétaire est représentée par l'inéquation $\sum_{i=1}^{i=n} \mathbf{p_i\, x_i \leq R}$.

En se limitant à deux biens, la contrainte budgétaire est représentée par une droite, appelée *droite de budget* (*fig. 1.2*).

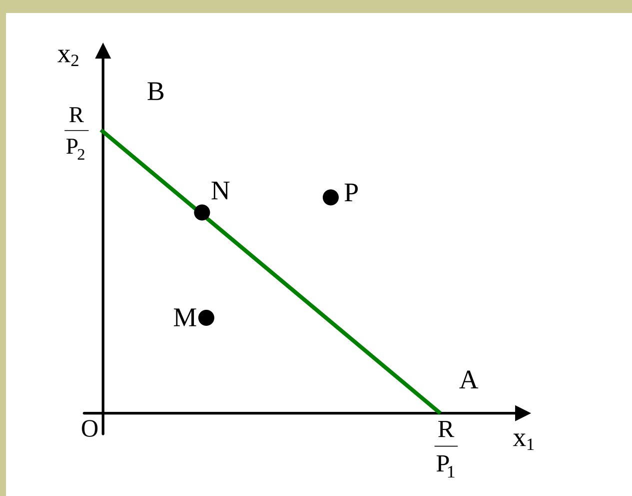


Figure 1.2 La contrainte budgétaire : le cas régulier.

$P_1x_1 + p_2x_2 = R$

La droite de budget a pour équation :

$$\mathbf{p_1\, x_1 + p_2\, x_2 = R} \qquad \text{ou} \qquad \mathbf{x_2 = -\frac{p_1}{p_2}\, x_1 + \frac{R}{p_2}}$$

La pente de la droite de budget est donc égale en valeur absolue au rapport des prix des deux biens, appelé aussi *prix relatif*. La négativité de la pente signifie que pour un revenu donné, l'accroissement de la consommation d'un bien ne peut se faire qu'au dépens de la consommation d'un autre bien.

La droite de budget coupe les axes en deux points A et B correspondant chacun à la consommation d'un seul bien. . L'abscisse du point A représente la quantité maximale que peut consommer le ménage du bien 1, en lui consacrant la totalité de son revenu ; **A(** $x_1 = \frac{R}{P_1}$, $x_2 = 0$**).** De même, l'ordonnée du point B, désigne la consommation maximale du bien 2, lorsque le ménage lui consacre la totalité de son revenu ; **B(** $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{R}{P_2}$ **).**

La contrainte budgétaire réduit l'ensemble des possibilités de consommation. Le triangle au-dessous de la droite de budget représente les paniers de consommation qui satisfont l'inéquation ci-dessus. A la frontière du triangle, c'est à dire sur la droite de budget, tout le revenu est épuisé alors qu'à l'intérieur du triangle, la dépense est strictement inférieure au revenu. L'aire du premier quadrant située au-dessus de la droite de budget correspond à des consommations qui ne peuvent être atteintes faute de moyens suffisants.

b – Déplacement de la droite de budget

i - Si le revenu augmente alors que les prix relatifs sont inchangés, la droite de budget se déplace vers le haut parallèlement à elle-même (*fig. 1.3 -a*).

ii - Si le prix du bien 1 augmente, *toutes choses étant égales par ailleurs*, la pente augmente en valeur absolue (droite plus raide) et la droite de budget passe toujours par le point B (*fig. 1.3 -b*).

iii - Si le prix du bien 2 augmente, *ceteris paribus*, la pente diminue en valeur absolue (droite plus aplatie) et la droite de budget passe toujours par le point A (*fig. 1.3 -c*).

iv - Si les deux prix augmentent dans la même proportion, la pente de la droite de budget ne change pas, mais l'ordonnée et l'abscisse à l'origine diminuent. La droite de budget se déplace alors vers le bas, parallèlement à elle-même.

Une augmentation proportionnelle de tous les prix est donc équivalente à une réduction dans la même proportion du revenu. Elle est représentée sur la *figure 1.3 -a* par le déplacement de la droite de budget de A'B' à AB.

v - Si les deux prix varient mais pas dans la même proportion, la pente comme la position de la droite de budget varient. Par exemple si les deux prix augmentent, mais que le premier augmente plus que le deuxième, la droite de budget se déplace vers le bas reflétant la baisse du pouvoir d'achat du revenu et devient plus raide puisque sa pente augmente en valeur absolue (*fig. 1.3 -d*).

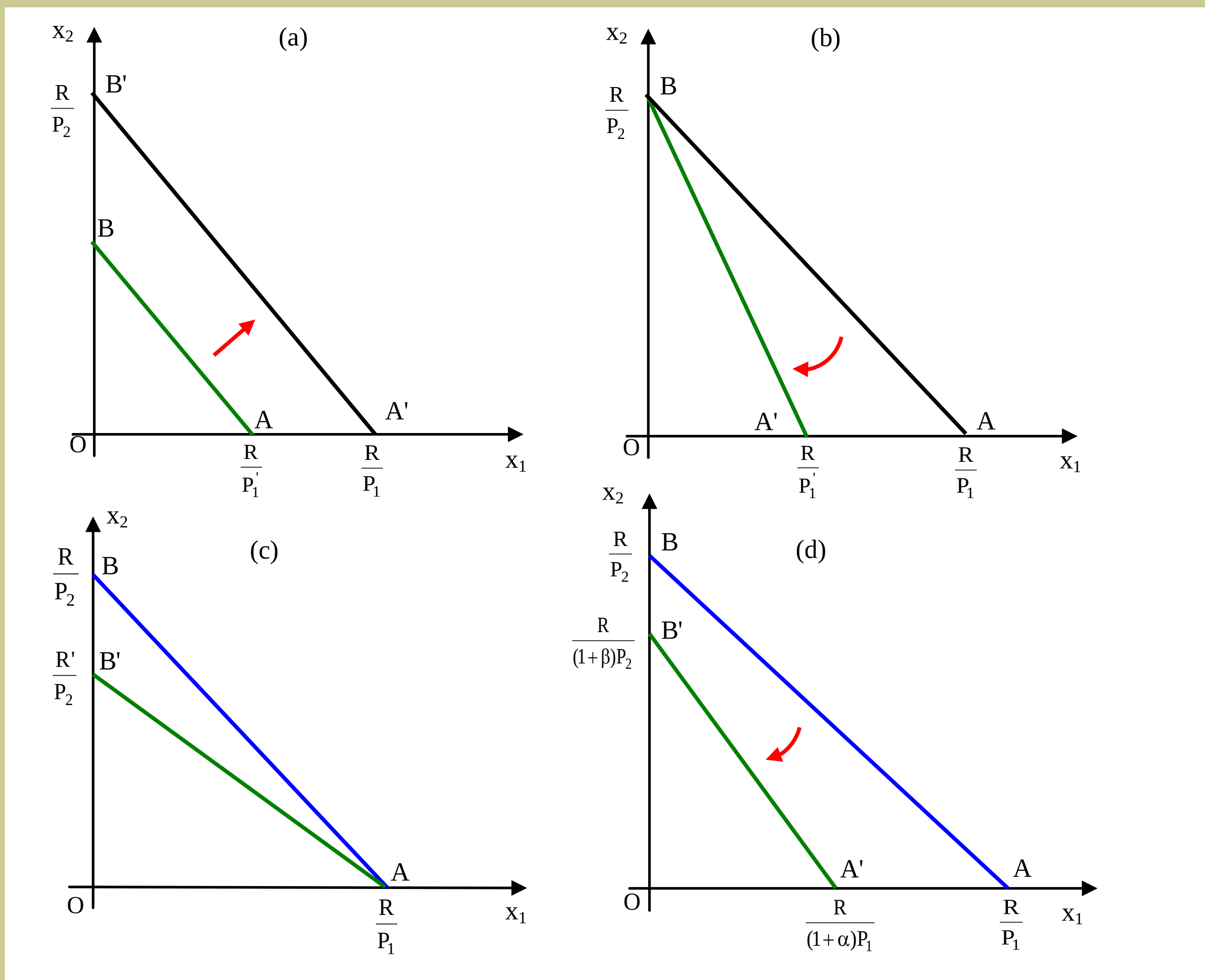


Figure 1.3 Déplacement de la droite de budget. (a) Diminution équiproportionnelle de tous les prix, ou augmentation du revenu. (b) Augmentation du prix du bien 1 seulement. (c) Augmentation du prix du bien 2 seulement.
(d) Augmentation plus rapide du prix du bien 1.

B – La contrainte budgétaire en présence de taxes ou de subventions :

a - Impôt direct sur le revenu

L'imposition du revenu ne modifie pas les prix relatifs et correspond donc simplement à une réduction du revenu. La droite de budget se déplace donc vers le bas, parallèlement à elle-même.

Des allocations de revenu, comme les allocations familiales, agissent en sens inverse d'un impôt direct : la droite de budget se déplace vers le haut, parallèlement à elle-même (*fig. 1.3 -a*).

b - Impôt indirect

L'impôt indirect, tel que l'impôt sur le chiffre d'affaires ou la taxe sur la valeur ajoutée, s'analyse du point de vue du consommateur comme une augmentation des prix. Lorsque l'impôt est uniforme c'est à dire qu'il frappe tous les biens en même temps et au même taux, son effet est alors identique à une augmentation proportionnelle de tous les prix : la droite de budget se déplace parallèlement à elle-même en se rapprochant de l'origine (*fig. 1.3 -a*). Si au contraire, les biens sont imposés à des taux différents, alors la droite de budget se rapproche de l'origine, tout en changeant de pente (*fig. 1.3 -d*).

c - Les subventions

Lorsque les prix de certains biens sont subventionnés, la subvention joue comme un impôt négatif : elle diminue le prix du bien objet de la subvention. La droite de budget se déplace vers le haut tout en changeant de pente si, comme c'est généralement le cas, la subvention n'est pas uniforme (*fig. 1.3 -d*).

C – La contrainte budgétaire en présence de subventions en nature ou de rationnement

a - Les coupons d'achat

Il arrive que l'Etat, jugeant insuffisant le revenu de certaines familles, leur accorde des coupons qu'elles peuvent utiliser pour acheter des biens de première nécessité comme les produits alimentaires. Plusieurs modalités sont envisageables pour la distribution de ces coupons aux familles nécessiteuses. Nous en distinguerons trois :

i - La distribution *gratuite* des coupons

Groupons en deux les biens consommés : les biens alimentaires (1) et les autres (2). L'Etat accorde à un ménage nécessiteux des coupons d'une valeur monétaire V. Ils permettent d'acquérir $\frac{V}{p_1}$ unités de biens alimentaires.

- Si la quantité consommée de biens alimentaires x_1 est inférieure à $\frac{V}{p_1}$, le ménage dispose de tout son revenu pour l'achat d'une quantité $\frac{R}{p_2}$ des autres biens.
- Si $x_1 \geq \frac{V}{p_1}$ sa contrainte budgétaire s'exprime par :

$$p_1(x_1 - \frac{V}{p_1}) + p_2x_2 = R \qquad \Leftrightarrow \qquad p_1x_1 + p_2x_2 = R + V$$

Elle est donc représentée par une droite de pente : $-\frac{p_1}{p_2}$ (*fig. 1.4 -a*).

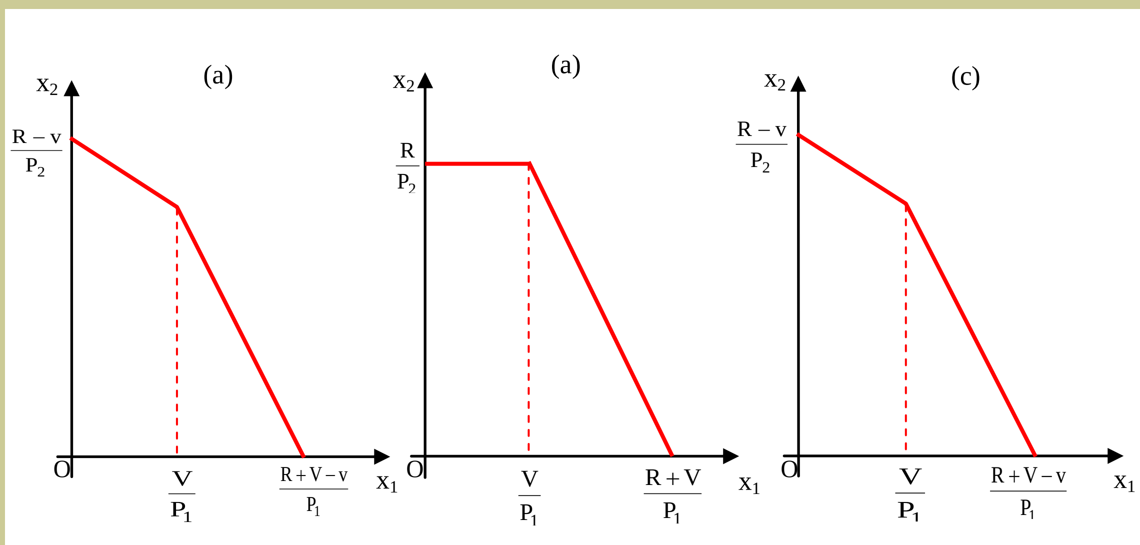


Figure 1.4 (a) Distribution gratuite des coupons. (b) Achat divisible de coupons subventionnés. (c) Achat indivisible de coupons subventionnés..

ii - L'achat *divisible* de coupons subventionnés

Le ménage reçoit une carte lui permettant d'acheter des biens alimentaires d'une valeur maximale V, à un prix $\frac{v}{V}p_1$ inférieur au prix du marché p_1[(1)].

A ce prix subventionné, le consommateur peut acheter, au maximum, $\frac{V}{p_1}$ unités. Au-delà il paie le prix normal p_1.

(1) Il en découle que $\frac{v}{V}$ doit être inférieur à l'unité.

- Si $\mathbf{x_1} \leq \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{p_1}}$ la contrainte budgétaire est exprimée par :

$$\mathbf{x_1 \frac{v}{V} p_1 + p_2 x_2 = R}$$

Elle est représentée par une droite ayant pour pente - $\frac{\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{V}}\mathbf{p_1}}{\mathbf{p_2}}$ inférieure en valeur absolue à $\frac{\mathbf{p_1}}{\mathbf{p_2}}$ (*fig. 1.4 -b*).

- Si $\mathbf{x_1} \geq \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{p_1}}$ la contrainte budgétaire devient :

$$\mathbf{\frac{V}{p_1} \cdot \frac{v}{V} p_1 + \left(x_1 - \frac{V}{p_1}\right) p_1 + x_2\, p_2 = R} \;\Leftrightarrow\; \mathbf{p_1\, x_1 + p_2\, x_2 = R + V - v}$$

La droite de budget a, sur cet intervalle, la même pente que la droite de budget sans subvention (*fig. 1.4 -b*).

iii - L'achat *indivisible* de coupons subventionnés

Contrairement au cas précédent, les coupons d'une valeur V sont achetés *en un seul bloc* à un prix v < V. Ils permettent d'acheter un maximum de $\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{p_1}}$ unités de biens alimentaires. Si le ménage en achète moins, les coupons restants sont simplement inutilisés.

- Si $\mathbf{x_1} \leq \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{p_1}}$ le ménage n'achète pas les coupons parce qu'il ne dépenserait ainsi que $\mathbf{p_1 x_1 < v}$. L'équation de sa contrainte budgétaire est alors :

$$\mathbf{p_1\, x_1 + p_2\, x_2 = R}$$

- Si $\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{p_1}} \leq \mathbf{x_1} \leq \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{p_1}}$ la dépense en biens alimentaires est constante ; elle est égale à v. Le reste du revenu R-v permet d'acheter $\mathbf{x_2 = \frac{R-v}{p_2}}$.

Il faut noter que les coupons ne sont pleinement utilisés qu'à la limite, c'est à dire lorsque $\mathbf{x_1} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{p_1}}$.

- Si $\mathbf{x_1} \geq \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{p_1}}$ le consommateur achètera les $\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{p_1}}$ premières unités avec des coupons qui coûtent v et le reste, $\mathbf{x_1 - \frac{V}{p_1}}$, au prix p_1. Sa contrainte budgétaire est donnée par :

$$\left(x_1 - \frac{V}{p_1}\right) . p_1 + x_2 . p_2 = R - v \quad \Leftrightarrow$$

$$p_1 . x_1 + p_2 . x_2 = R + V - v$$

La courbe de budget est alors représentée par deux segments de droite de même pente ($-\frac{p_1}{p_2}$) , séparés par un segment de droite horizontale (*fig. 1.4 -c*).

b - Le rationnement

Un ménage est rationné lorsqu'il ne peut acheter au prix courant toute la quantité qu'il désire. On peut distinguer deux cas de rationnement : Dans le premier, le ménage ne peut absolument pas dépasser une certaine quantité du bien rationné. C'est par exemple le cas d'un bien importé et distribué dans des magasins contrôlés à des ménages disposant d'une carte de rationnement. Dans le deuxième cas, le ménage a la possibilité de compléter ses achats au prix de rationnement, en s'adressant au marché parallèle, ou marché noir. Il paiera bien sûr un prix plus élevé.

i - Le rationnement absolu

L'ensemble des choix est contraint, en plus de la contrainte budgétaire, par une contrainte physique du type $x_1 \leq \bar{x}_1$ et/ou $x_2 \leq \bar{x}_2$. La *figure 1.5 -a* représente le cas où seule le premier bien est rationné.

ii - Le rationnement suppléé par le marché parallèle

Le ménage peut acheter jusqu'à $\bar{x}_1$ à un prix subventionné p_1^0. Au delà il paie le prix des marchés $p_1 > p_1^0$.

La contrainte budgétaire a deux expressions suivant que la quantité consommée est inférieure ou supérieure à $\bar{x}_1$.

- Si $x_1 \leq \bar{x}_1 \quad \Rightarrow \quad p_1^0 x_1 + p_2 x_2 = R$

- Si $x_1 \geq \bar{x}_1 \quad \Rightarrow \quad p_1^0 \bar{x}_1 + p_1 (x_1 - \bar{x}_1) + p_2 x_2 = R$

$$\Rightarrow p_1 x_1 + p_2 x_2 = R + (p_1 - p_1^0).\bar{x}_1$$

La *figure 1.5 -b* donne une représentation graphique de la contrainte budgétaire correspondant à ce cas.

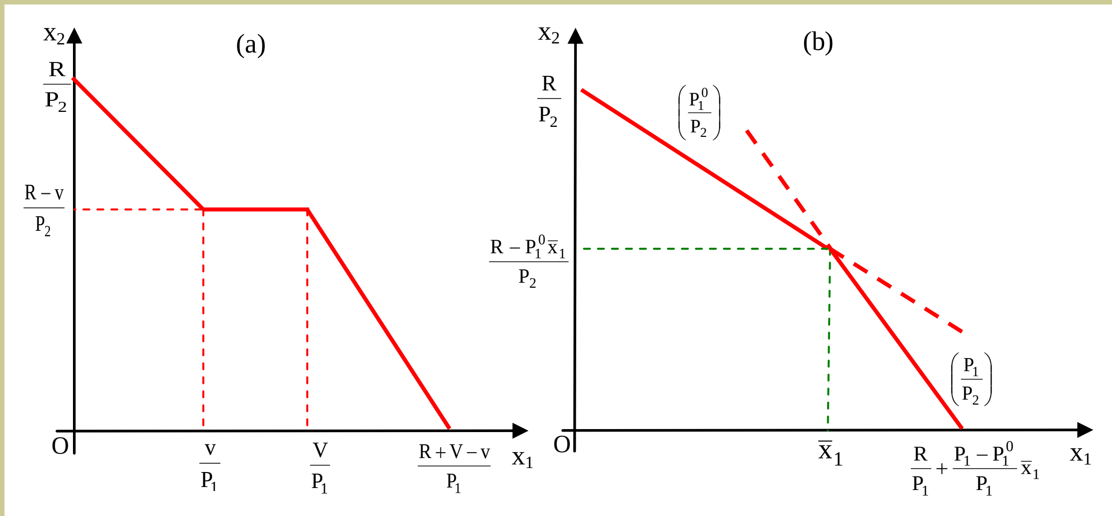


Figure 1.5 (a) Rationnement absolu du bien 1. (b) Rationnement du bien 1 suppléé par le marché parallèle.

III- La représentation des goûts des consommateurs : utilité et relation de préférence

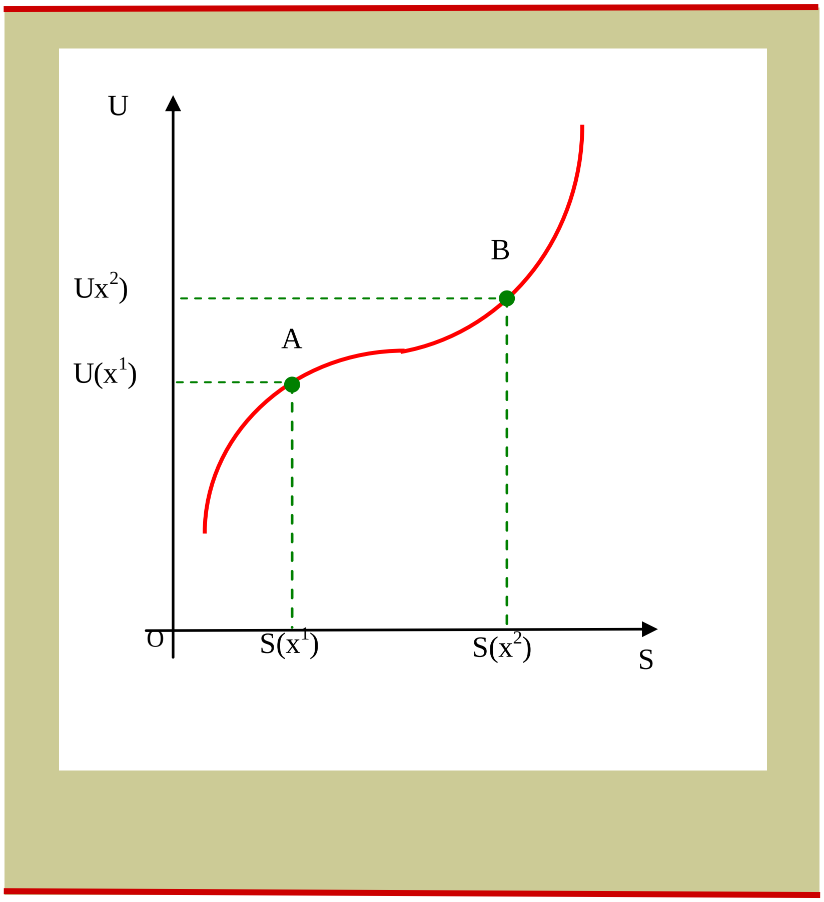
1- La fonction d'utilité

Pour représenter les préférences ou les goûts des consommateurs, les économistes ont d'abord eu recours à la notion d'utilité. Le consommateur achète un certain bien parce qu'il lui procure une certaine satisfaction. S'il préfère un sandwich à une place de cinéma, dans certaines circonstances, c'est que le sandwich lui procure plus d'utilité que le film. Formellement, on définit sur l'ensemble des consommations possibles une fonction S, dite fonction d'utilité qui associe à chaque panier de consommation $(\mathbf{x_1^0}, \ldots, \mathbf{x_n^0})$ une valeur $S(\mathbf{x_1^0}, \ldots, \mathbf{x_n^0})$, supposée constituer un bon indicateur de l'utilité procurée au consommateur par ce panier particulier.

Si la notion d'utilité correspond bien à l'intuition, elle n'est pas cependant sans poser un problème sérieux, celui de la mesure. En effet, l'utilité est subjective et difficilement mesurable.

Les économistes ont d'abord raisonné comme si l'utilité était *mesurable* et ont construit des fonctions d'utilité *cardinales* où l'utilité est mesurée en termes d'unités appelées "*utils*".

Les économistes modernes se sont néanmoins débarrassés de cette vision peu réaliste et raisonnent maintenant en termes d'utilité *ordinale*. Ils supposent seulement qu'il est possible *d'ordonner* les satisfactions procurées par deux paniers différents de consommation, sans attacher à chacun des deux paniers un nombre particulier d'*utils*. La conception ordinale de l'utilité signifie que la fonction S n'est définie qu'à une transformation monotone croissante près : Si S ordonne deux paniers $\mathbf{x^1}$ et $\mathbf{x^2}$ tel que $\mathbf{S(x^1) < S(x^2)}$ et si ρ est une transformation monotone croissante, la nouvelle fonction d'utilité $\mathbf{U = \rho(S)}$ conserve l'ordre d'utilité des deux paniers $\mathbf{x^1}$ et $\mathbf{x^2}$: $\mathbf{U(x^1) < U(x^2)}$**.**



2- Sens de variation de la fonction d'utilité

1) L'utilité augmente avec la consommation. En outre, il n'y a pas de limite supérieure à l'utilité. Toute augmentation de consommation augmente la satisfaction. On dit qu'il y a absence de saturation.

2) L'utilité de la première unité consommée est plus élevée que celle retirée de la consommation de la seconde unité et ainsi de suite. L'utilité croît donc avec la consommation mais à un taux décroissant. L'utilité additionnelle procurée par la

consommation d'une unité supplémentaire est appelée *utilité marginale*. Cette hypothèse exprime le *principe de la décroissance de l'utilité marginale*.

3- Utilité et ordre de préférences

La fonction d'utilité introduit une relation de préférences sur l'ensemble des consommations possibles. On dit qu'un panier de consommation $\mathbf{x^1}$ est préféré à un panier $\mathbf{x^2}$ ou lui est équivalent si et seulement si $\mathbf{S(x^1) \geq S(x^2)}$. On note cette relation $\succeq$.

$$\mathbf{x^1 \succeq x^2 \Leftrightarrow S(x^1) \geq S(x^2)}$$

On en déduit que $\mathbf{x^1} \succ \mathbf{x^2}$ (se lit $\mathbf{x^1}$ strictement préféré à $\mathbf{x^2}$) si $\mathbf{S(x^1) > S(x^2)}$

En effet $\mathbf{x^1 \succ x^2 \Leftrightarrow x^1 \succeq x^2}$ mais non $\mathbf{x^2 \succeq x^1}$

$\Rightarrow \mathbf{S(x^1) \geq S(x^2)}$ et non $\mathbf{S(x^2) \geq S(x^1)}$

$\Rightarrow \mathbf{S(x^1) > S(x^2)}$

On en déduit aussi que

$\mathbf{x^1 \sim x^2}$ (se lit $\mathbf{x^1}$ équivalent à x^2) si $\mathbf{x^1 \succeq x^2}$ et $\mathbf{x^2 \succeq x^1}$. En effet cette condition implique : $\mathbf{S(x^1) \geq S(x^2)}$ et $\mathbf{S(x^2) \geq S(x^1) \Rightarrow S(x^1) = S(x^2)}$

La relation $\sim$ est une relation d'équivalence, tous les paniers équivalents entre eux formant une classe d'équivalence.

4- Courbes d'indifférence

A – Notion de courbe et de carte d'indifférence

Soit un panier de consommation x^1 qui procure un niveau de satisfaction S_0. Le consommateur peut accepter moins d'un bien contre plus d'un autre bien et garder le même niveau de satisfaction. Par exemple, il peut accepter d'avoir 2 kg de viande de moins pour une paire de chaussures de plus. Ceci exprime une propriété fréquemment répandue dans l'économie : les biens sont substituables entre eux du point de vue de leur faculté de procurer de la satisfaction au consommateur. Comment se fait donc cette substitution ?

Nous allons considérer, pour simplifier, des paniers de consommation où les quantités consommées de tous les biens à l'exception de deux, 1 et 2, sont inchangées. On s'intéresse alors à toutes les combinaisons de consommation de ces deux biens (x_1, x_2) qui donnent la même satisfaction. Ces combinaisons sont *représentées dans le plan (x_1, x_2) par une courbe* $\mathcal{C}_0$. Parce que les paniers de consommation représentés par des points sur la courbe $\mathcal{C}_0$ donnent tous la même satisfaction, ils sont tous équivalents. Par exemple $x^1 \sim x^2$. Le consommateur est indifférent entre tous ces paniers. C'est pourquoi cette courbe est appelée *courbe d'indifférence* (*figure 1.7*).

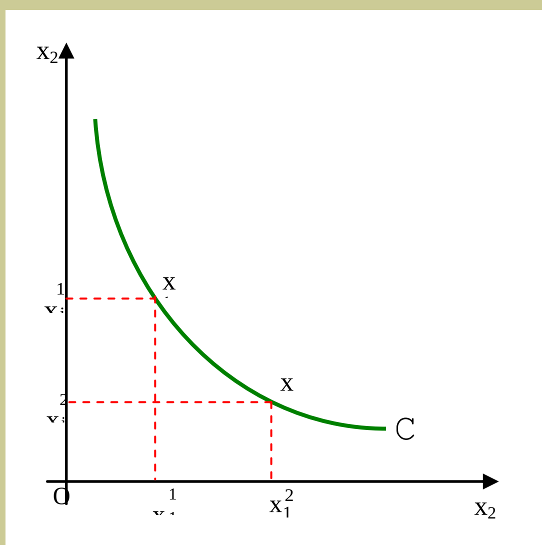


Figure 1.7 Courbe d'indifférence

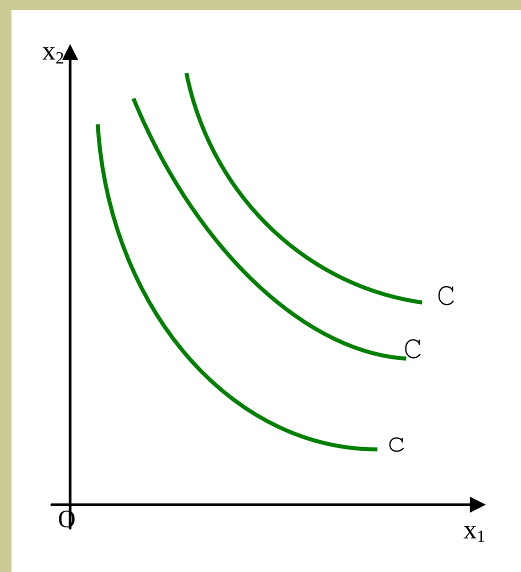


Figure 1.8 Carte d'indifférence

Lorsqu'on fait varier le niveau de satisfaction on obtient d'autres courbes d'indifférence, correspondant chacune à un certain niveau de satisfaction. Par exemple la courbe $\mathcal{C}_1$ située au-dessus de $\mathcal{C}_0$ correspond à tous les paniers de consommation donnant un niveau d'utilité $S_1 > S_0$. Par contre la courbe $\mathcal{C}_2$ située au-dessous de $\mathcal{C}_0$ représente les paniers de consommation procurant une satisfaction $S_2 < S_0$. L'ensemble des courbes d'indifférence d'un même consommateur forment sa *carte d'indifférence* (*fig. 1.8*).

B – Une propriété importante des courbes d'indifférences

Les courbes d'indifférence ne se coupent pas. Démontrons cette propriété par l'absurde : Soit en effet deux courbes d'indifférence C_0 et C_1 correspondant à deux niveaux d'utilité S_0 et S_1 (*figure 1.9*). Soit maintenant trois paniers x^1 , x^2 et x^3 tels que :

$\mathbf{x^1 \in C_0}$ **,** $\mathbf{x^2 \in C_1}$ **et** $\mathbf{x^3 \in C_0 \cap C_1}$ **.**

Supposons encore que $S_1 > S_0$.

$\mathbf{x^1 \in C_0}$ **et** $\mathbf{x^3 \in C_0 \Rightarrow x^1 \sim x^3}$

$\mathbf{x^2 \in C_1}$ **et** $\mathbf{x^3 \in C_1 \Rightarrow x^2 \sim x^3}$**,**

En vertu de la transitivité de la relation d'équivalence, on déduit que $\mathbf{x^1 \sim x^2}$; ce qui est impossible puisque $\mathbf{S(x^1)}$ est par hypothèse strictement inférieur à $S(x^2)$.

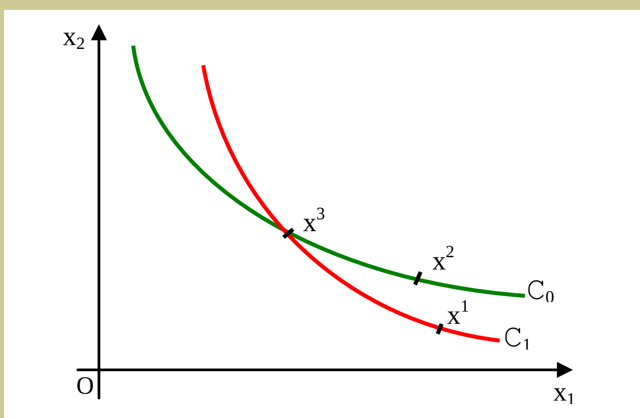


Figure 1.9 Absurdité de l'intersection de deux courbes d'indifférence

C – Forme des courbes d'indifférence

La courbe d'indifférence étant une représentation de tous les paniers considérés par le consommateur comme équivalents, donc procurant la même utilité, la forme de cette courbe reflète la manière avec laquelle des quantités de différents biens contribuent à procurer un certain niveau de satisfaction au consommateur.

a – La complémentarité parfaite

On imagine que pour certains biens, la satisfaction ne peut augmenter que si la consommation de tous ces biens augmente en même temps et dans les mêmes proportions. Si par exemple 100 g de thé et 500 g de sucre procurent ensemble un certain niveau de satisfaction, avoir 200 g de thé avec la même quantité de sucre, laisse le niveau de satisfaction inchangé. Pour que ce dernier augmente, il faut que le doublement de la quantité consommée de thé soit accompagné d'un doublement de la quantité de sucre. Le thé et le sucre doivent dans ce cas être combinés dans des *proportions fixes* pour procurer des niveaux de satisfaction différents. Ils sont pour cette raison qualifiés de *parfaitement complémentaires*.

La fonction d'utilité représentant un tel système de préférences est exprimée par :

$$\mathbf{S\ (x_1\ ,\ x_2)} = \mathrm{Min}\left(\frac{\mathbf{x_1}}{\mathbf{a_1}}, \frac{\mathbf{x_2}}{\mathbf{a_2}}\right)$$

où a_1 et a_2 sont les quantités minimales des deux biens qui procurent un niveau d'utilité unitaire.

Il est clair que la complémentarité parfaite exclut toute substitution entre les biens du point de vue de leur faculté à procurer de l'utilité au consommateur, puisqu'on ne peut garder le même niveau d'utilité en diminuant la quantité consommée d'un bien et en augmentant la quantité consommée de l'autre.

La courbe d'indifférence est représentée par une équerre dont le sommet indique les quantités minimales qu'il faut consommer des deux biens pour atteindre le niveau d'utilité correspondant (*figure 1.10*). En ce point, la courbe d'indifférence n'est pas différentiable.

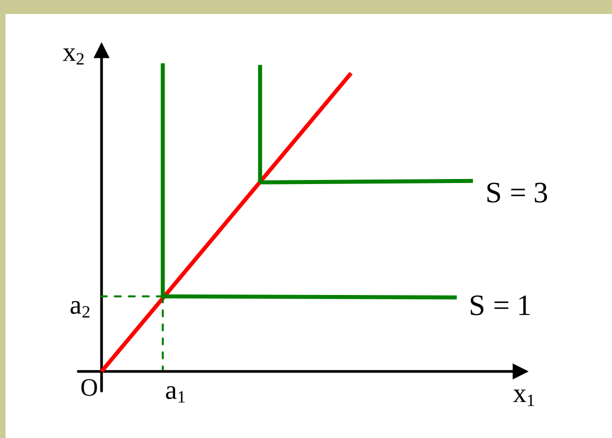


Figure 1.10 Courbe d'indifférence entre des biens parfaitement complémentaires.

b – La substitution parfaite

A l'opposé de la complémentarité parfaite, donc de l'absence totale de substitution, se trouve le cas de la substitution parfaite. Dans ce cas, la satisfaction du consommateur reste toujours inchangée si on substitue à une quantité donnée d'un bien, une quantité constante d'un autre bien.

Par exemple, le consommateur pourra trouver que sa satisfaction ne change pas si on lui donne deux kilogrammes de farine de plus et qu'on lui retire simultanément un kilogramme de semoule, et ce quelle que soit la quantité qu'il possède déjà de farine et de semoule. En représentant la consommation de semoule en abscisse (x_1) et celle de farine en ordonnée (x_2), une courbe d'indifférence est représentée par une droite de pente – 2 (*fig. 1.11 - a*).

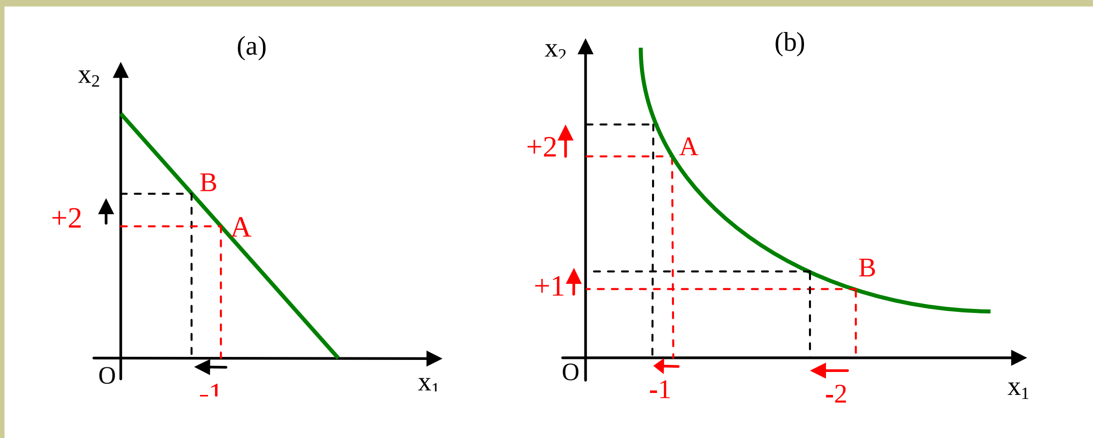


Figure 1.11 Courbe d'indifférence : (a) entre deux biens parfaitement substituables. (b) entre deux biens imparfaitement substituables.

La fonction d'utilité correspondant à ce cas est représentée par :

$$\mathbf{S\ (x_1\ ,\ x_2) = a_1x_1 + a_2x_2}$$

Un cas particulier de substitution parfaite correspond à la substitution des deux biens dans le rapport 1/1.

Il s'agit alors d'un même bien du point de vue du consommateur puisqu'une unité d'un bien contribue à l'utilité exactement autant qu'une unité de l'autre bien.

c – La substitution imparfaite

La substitution parfaite constitue un cas extrême. Il est plus naturel de supposer que la quantité que le consommateur exige d'un bien pour accepter de céder une unité de l'autre bien ne soit pas la même suivant qu'il a beaucoup ou très peu du bien cédé.

Dans ce cas, la courbe d'indifférence n'est plus une droite mais elle est incurvée (*fig. 1.11-b*).

Au point A, lorsque le consommateur a relativement peu du premier bien et beaucoup du deuxième, il est prêt à céder une unité du bien 1 contre deux unités du bien 2. Mais lorsqu'il a relativement beaucoup du bien 1 (point B), il devient prêt à céder deux unités du bien 1 contre seulement une unité supplémentaire du bien 2.

L'existence d'un certain degré de substitution fini et non nul est le cas le plus couramment considéré en économie. Remarquons que plus la substitution est forte, plus la courbe d'indifférence est « évasée », se rapprochant d'une droite, c'est à dire de la substitution parfaite. Au contraire, plus la substitution est faible, plus la courbe d'indifférence est «resserrée », se rapprochant de la courbe en équerre caractéristique de l'absence de substitution (*fig. 1.12*).

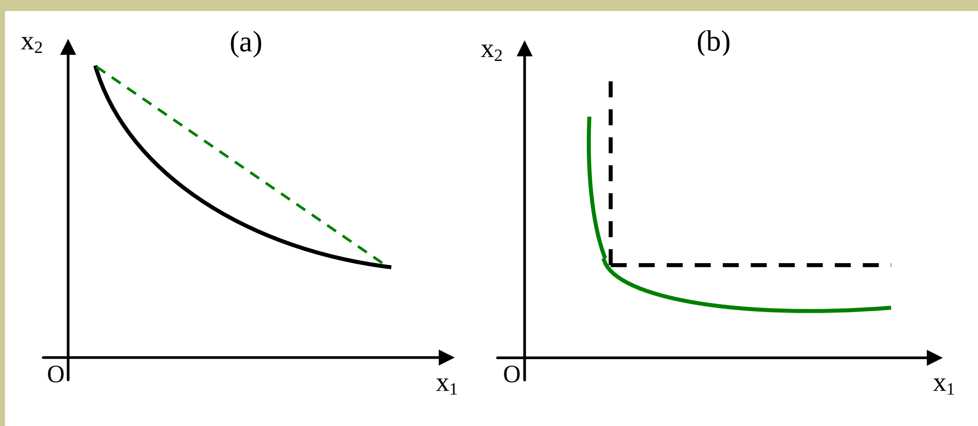


Figure 1.12 Courbe d'indifférence et de degré de substitution : (a) Substitution forte. (b) Substitution faible.

5- Taux Marginal de substitution

En se déplaçant le long d'une courbe d'indifférence de gauche à droite (*fig.1.13*) on substitue du bien 1 (bien alimentaire) au bien 2 (vêtements) c'est-à-dire qu'on consomme de moins en moins de vêtements et de plus en plus de biens alimentaires. En se déplaçant de droite à gauche on substitue au contraire le bien 2 au bien 1.

Soit un panier de consommation représenté par le point A($\mathbf{x_1^0}$, $\mathbf{x_2^0}$) et procurant une satisfaction S_0.

Considérons maintenant une petite augmentation Δx_2 du bien 2. Pour que la satisfaction ne change pas, il faut qu'il y ait diminution de la consommation du bien 1. Soit $\Delta x_1 < 0$ cette diminution. Cette substitution du bien 2 au bien 1 est représentée par le déplacement du point A à un point B proche de A et situé sur la même courbe d'indifférence (*figure 1.13-a*).

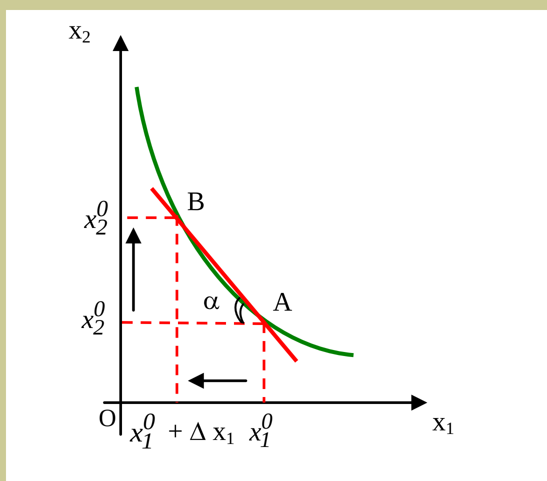


Figure 1.13 Taux marginal de substitution

Le rapport $\dfrac{\Delta x_2}{-\Delta x_1}$ est appelé *taux marginal de substitution* du bien 2 au bien 1 entre les points A et B de la courbe d'indifférence. Il est noté $TMS_{2/1}(A, B)$. Géométriquement, il est représenté par la valeur absolue de la pente de la droite qui relie les points A et B.

Le $TMS_{2/1}$ exprime ainsi la quantité du bien 2 que le consommateur exige si on lui demande de céder une unité supplémentaire du bien 1 ($\Delta x_1 = -1$). C'est donc la valeur psychologique qu'attache le consommateur à une unité du bien 1. Cette valeur est exprimée en unités du bien 2.

Lorsque la variation de la consommation est *infinitésimale*, le point B devient voisin de A (*figure 1.13-b*). Le TMS du bien 2 au bien 1 au voisinage du point A, noté $TMS_{2/1}(A)$, désigne la valeur au point A du rapport $\dfrac{\mathbf{dx_2}}{\mathbf{-dx_1}}$. Il est alors représenté par la valeur absolue de la pente de la tangente au point A à la courbe d'indifférence dans le plan $(\mathbf{x_1,x_2})$.

Le TMS du bien 1 au bien 2 est égal au rapport $\frac{dx_1}{-dx_2}$. Il est, par définition, l'inverse du TMS du bien 2 au bien 1. Il est mesuré par la valeur absolue de la pente de la tangente à la courbe d'indifférence, mais dans le plan (**x_2 , x_1**).

$$TMS_{1/2} \,.\, TMS_{2/1} = 1$$

6- Propriétés du Taux Marginal de Substitution.

i - Le taux marginal de substitution du bien 2 au bien 1 est égal au rapport de l'utilité marginale de 1 à celle de 2, ou encore à la désirabilité relative du bien 1 par rapport au bien 2 : $\frac{S'_1}{S'_2}$.

Considérons en effet la différentielle totale de la fonction de satisfaction au point (x_1^0, x_2^0).

$$dS(x_1^0, x_2^0) = \frac{\partial S(x_1^0, x_2^0)}{\partial x_1}.dx_1 + \frac{\partial S(x_1^0, x_2^0)}{\partial x_2}.dx_2$$

La variation le long de la courbe d'indifférence implique que dS = 0 $\Rightarrow$

$$S'_1 dx_1 + S'_2 dx_2 = 0 \Rightarrow$$

$$-S'_1 dx_1 = S'_2 dx_2 \Rightarrow$$

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{S'_1}{S'_2}$$

ii - Le taux marginal de substitution d'un bien 2 à un bien 1 dépend des quantités consommées (x_1, x_2). La pente de la tangente à la courbe d'indifférence au point A n'est pas la même que la pente de la tangente au point B (*figure 1.14*).

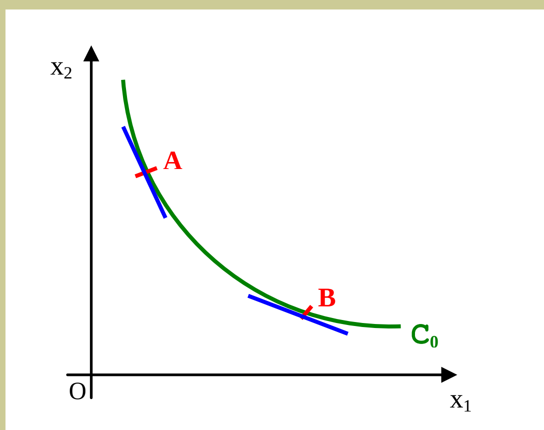


Figure 1.14 Décroissance du taux marginal de substitution

Le TMS est donc variable le long de la courbe d'indifférence. Mais dans quel sens varie-t-il ?

Rappelons- nous que le $TMS_{2/1}$ mesure la valeur subjective d'une unité du bien 1 exprimée en unités physiques du bien 2. Il est alors raisonnable de supposer que lorsqu'un consommateur a très peu du bien 1(point A de la *figure 1.14-a*) il exige en contrepartie d'une unité de ce bien une quantité relativement importante du bien 2. Au contraire lorsque le bien 1 est en abondance chez le consommateur, il accepterait de céder une unité de ce bien même pour une quantité relativement faible du bien 2 (point B de la *figure 1.14-a*). En règle générale, plus on a d'un bien, plus on est prêt à renoncer à une plus grande quantité de ce bien en contrepartie d'une petite augmentation de la consommation d'un autre bien. Dans ce cas le rapport $\frac{dx_2}{dx_1}$ diminue à mesure que x_1 augmente. Le $TMS_{2/1}$ est une fonction décroissante de x_1 et croissante de x_2. La tangente à la courbe d'indifférence commence par être presque verticale (pente très élevée) et finit par être presque horizontale (pente presque nulle).

La décroissance du TMS signifie aussi que la courbe d'indifférence tourne sa concavité vers le haut (elle est dite convexe) et que le consommateur préfère toujours une composition intermédiaire entre deux paniers à chacun des deux paniers extrêmes (*figure 1.15*). La fonction d'utilité qui satisfait cette propriété est dite *strictement quasi-concave*.

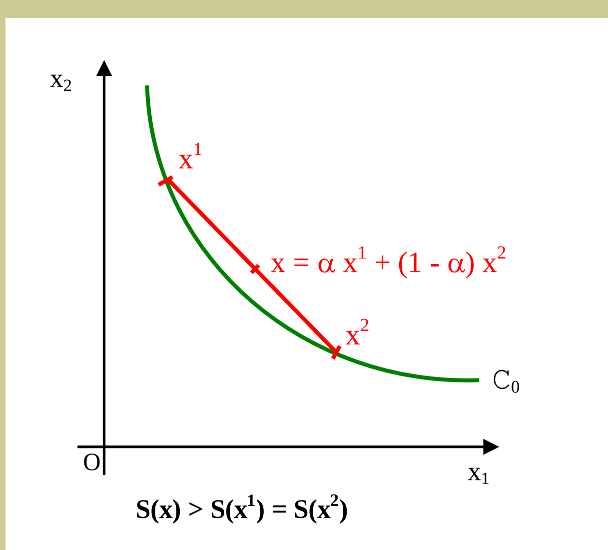


Figure 1.15 Convexité de la courbe d'indifférence

Soit en effet deux paniers $\mathbf{x^1}$ **et** $\mathbf{x^2}$, tels que $\mathbf{S(x^1) = S(x^2) = S_0}$.
et soit $\mathbf{x = \alpha x^1 + (1-\alpha) x^2}$ avec $0<\alpha<1$

Le nouveau panier x est intermédiaire entre les deux paniers x^1 et x^2 : il contient plus du bien 1 et moins du bien 2 que le premier et moins du bien 2 et plus du bien 1 que le second. Comme le point représentant le panier x est situé au-dessus de $\mathcal{C}_0$, il procure plus d'utilité que n'importe lequel des paniers $\mathbf{x^1}$ **et** $\mathbf{x^2}$ **:** $\mathbf{S(x) > S(x^1) = S(x^2)}$**.**

iii – La décroissance du taux marginal de substitution est conservée par transformation monotone croissante.

En effet, soit "t" le taux marginal de substitution du bien 2 au bien 1, associé à une fonction d'utilité S :

$$t = \frac{\mathbf{S'_1}}{\mathbf{S'_2}}$$

Soit ρ une transformation monotone croissante de S : $U = \rho\,(S)$ avec $\rho' > 0$

Le taux marginal de substitution de 2 à 1, associé à la nouvelle fonction d'utilité U, noté "τ" est égal à :

$$\tau = \frac{\mathbf{U'_1}}{\mathbf{U'_2}} = \frac{\mathbf{\rho' \, S'_1}}{\mathbf{\rho' \, S'_2}} = \frac{\mathbf{S'_1}}{\mathbf{S'_2}} = t$$

On en déduit que si "t" est décroissant, " τ " l'est aussi. *La décroissance du TMS est donc une notion ordinale.*

7 - Exemples de fonctions d'utilité

On distingue plusieurs types de fonctions d'utilité, constituant des représentations différentes des préférences du consommateur.

Nous avons déjà opposé les fonctions d'utilité suivant qu'elles supposent ou non la substituabilité des biens pour procurer un même niveau d'utilité.

On peut aussi les distinguer suivant qu'elles supposent ou non l'influence de la quantité consommée d'un bien sur l'utilité marginale d'un autre bien. Dans le cas où cette influence est absente, la fonction d'utilité est dite *additivement séparable.* Elle est de la forme : $\mathbf{S(x_1 , x_2) = u(x_1) + v(x_2)}$.

Le cas d'une fonction d'utilité à biens parfaitement substituables constitue un cas particulier d'une fonction additivement séparable : les deux fonctions $\mathbf{u(x_1)}$ et $\mathbf{v(x_2)}$ sont linéaires.

Un autre cas particulier de fonction d'utilité additivement séparable est celui où l'une des fonctions u et v est la fonction "identité" $\mathbf{u(x_1) = x_1}$ ou $\mathbf{v(x_2) = x_2}$.

Considérons par exemple une fonction d'utilité du type :

$$\mathbf{S(x_1 , x_2) = x_2 + u(x_1)}$$

Elle a pour propriété que les courbes d'indifférence sont homothétiques, c'est à dire que la distance mesurée verticalement entre deux courbes d'indifférence est constante.

Soit en effet C_0 la courbe d'indifférence ayant pour équation :

$\mathbf{S(x_1 , x_2) = x_2 + u(x_1) = k_0}$ ou $\mathbf{x_2 = - u(x_1) + k_0}$ et soit C_1 la courbe d'indifférence correspondant à un niveau d'utilité supérieur k_1, son équation est :

$$\mathbf{x_2 = - u(x_1) + k_1}$$

La distance mesurée verticalement entre C_0 et C_1 pour une consommation $\mathbf{x_1^0}$ est :

$$\mathbf{- u(x_1^0) + k_1 – [-u(x_1^0) + k_0] = k_1 – k_0}$$

On observe que cette distance ne dépend pas de x_1. Elle est donc constante quelle que soit x_1.

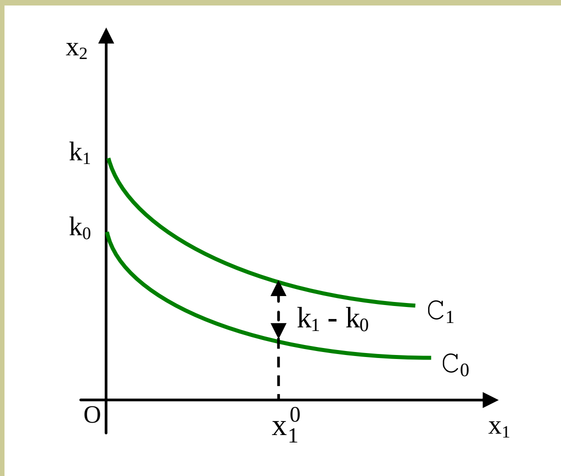


Figure 1.16 Courbes d'indifférence homothétiques

Le cas le plus général est cependant celui où la quantité consommée d'un bien peut avoir un effet sur l'utilité marginale de l'autre. La fonction d'utilité est alors non séparable. Un exemple fréquemment utilisé de fonction d'utilité non séparable est la fonction Cobb-Douglas. Elle est de la forme :

$$\mathbf{S(x_1,x_2) = a x_1^{\alpha} x_2^{\beta}}$$

IV- L'équilibre du consommateur

1- La condition d'équilibre

Le consommateur cherche à utiliser le revenu dont il dispose de manière à obtenir le maximum d'utilité. Les biens qu'il peut acheter sont caractérisés par des utilités différentes et des prix différents.

En divisant les utilités marginales par les prix, on obtient l'utilité marginale procurée par le dernier dinar dépensé à acheter les différents biens. Supposons qu'il existe deux biens 1 et 2 tels que $\frac{S'_1}{P_1} > \frac{S'_2}{P_2}$. Il est clair que le consommateur augmenterait son utilité totale en transférant un dinar de l'achat du bien 2 à l'achat du bien 1. En ce faisant, S'_1 diminue et S'_2 augmente. L'écart entre les utilités marginales du dernier dinar se rétrécit. S'il est toujours positif, le consommateur a intérêt à répéter la même opération. Donc, le consommateur, soucieux de maximiser son utilité, continue de transférer du revenu vers le bien 1 jusqu'à ce que son utilité marginale par dinar dépensé soit la même que celle du bien 2.

On trouve ainsi la condition fondamentale d'équilibre suivante :

Pour un revenu et des prix donnés, le consommateur obtient le maximum d'utilité lorsque l'utilité marginale du dernier dinar dépensé à acheter un bien est la même que celle du dernier dinar dépensé à acheter n'importe quel autre bien.

$$\frac{S'_i}{p_i} = \frac{S'_j}{p_j} = \text{Cte} \qquad \forall \quad i, j = 1,\dots,n.$$

La valeur commune de ces rapports mesure l'utilité marginale procurée par un dinar supplémentaire de revenu dépensé à acheter n'importe quel bien. Elle est pour cela appelée *l'utilité marginale du revenu.*

2- Détermination géométrique de l'équilibre.

Revenons à la carte d'indifférence du consommateur. Elle est constituée d'une série de courbes d'indifférence correspondant chacune à un niveau d'utilité particulier. Le désir de maximiser l'utilité se traduit par la recherche de la courbe d'utilité la plus éloignée possible de l'origine.

Nous savons cependant que le consommateur est contraint par son revenu et que certaines courbes d'indifférence sont inaccessibles, parce que correspondant à des dépenses supérieures au revenu.

Pour satisfaire la contrainte budgétaire, le consommateur doit donc chercher à se placer sur une courbe qui est en contact avec la droite de budget et qui soit aussi éloignée que possible de l'origine.

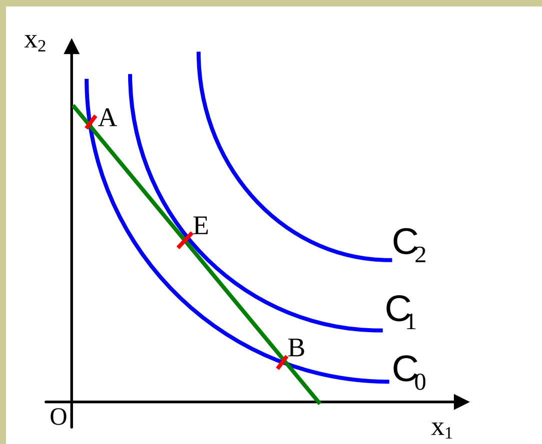


Figure 1.17 Equilibre du consommateur.

Supposons que le consommateur choisit de se placer sur une courbe d'indifférence qui coupe la droite de budget en 2 points A et B. Ces deux points correspondent à des plans de consommation équivalents et sont budgétairement réalisables. Nous savons cependant d'après la propriété de convexité des courbes d'indifférence, que ni A ni B ne maximisent l'utilité et que tout point intérieur à l'intervalle]A,B[procure une satisfaction supérieure tout en étant budgétairement possible. Le consommateur n'atteint donc le maximum d'utilité que si la courbe d'indifférence qu'il choisit a un seul point de contact avec la droite de budget. L'équilibre est donc atteint au point de *tangence* de la droite de budget avec l'une des courbes d'indifférence (point E).

L'équilibre E est donc caractérisé par l'égalité des pentes de la droite de budget et de la tangente à la courbe d'indifférence.

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{S'_1(E)}{S'_2(E)} = TMS_{2/1}\,(E)$$

On peut vérifier que cette condition d'égalité des rapports des prix et du taux marginal de substitution est la même que la condition d'égalité des utilités marginales du dernier dinar utilisé à l'achat de différents biens:

$$\frac{S'_1}{p_1} = \frac{S'_2}{p_2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{S'_1}{S'_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

3- Détermination analytique de l'équilibre

Notons tout d'abord qu'à l'équilibre tout le revenu est consommé. Graphiquement, on le voit en observant que le point d'équilibre est situé sur la droite de budget. On le démontre aussi par l'absurde.

En effet, supposons qu'à l'équilibre **x*,** on a $\sum P_i x_i^* < R$. On peut alors accroître avec le revenu restant la consommation de certains biens sans en diminuer celle d'aucun autre bien. L'utilité totale augmente, ce qui contredit l'hypothèse que x* correspond au maximum d'utilité. Nous remplaçons donc dans le problème de maximisation de l'utilité la contrainte $\sum p_i x_i \leq R$ par la contrainte $\sum p_i x_i = R$.

On montre en mathématiques que la maximisation de la fonction S(x) sous la contrainte $\sum p_i x_i = R$ équivaut à la maximisation de la fonction $L(\lambda,x) = S(x) + \lambda[R-\sum p_i x_i]$ où λ est un scalaire non négatif.

λ est appelé *multiplicateur de Lagrange* et la fonction L est dite *Lagrangien*.

Si le point correspondant à l'utilité maximale, **x***, est *intérieur* à l'ensemble des consommations possibles (c'est à dire que toutes ses composantes sont strictement positives), une *condition nécessaire* du premier ordre de maximisation de la fonction L est que toutes ses dérivées partielles premières au point **x*** sont nulles :

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = S'_i(x^*)\lambda^* P_i = 0 \quad \forall\, i = 1,\ldots,n \quad \text{et} \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = R \sum P_i x_i^* = 0$$

La dernière équation exprime l'épuisement du revenu à l'équilibre, alors que le système des n premières équations exprime qu'à l'équilibre, l'utilité marginale de chaque bien est proportionnelle au prix :

$$\frac{S'_1}{P_1} = \frac{S'_2}{P_2} = \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots = \frac{S'_n}{P_n} = \lambda^*$$

On en déduit que pour un couple de biens 1 et 2, on a :

$$S'_1(x^*) = \lambda^* P_1$$

et $\qquad\Rightarrow$

$$S'_2(x^*) = \lambda^* P_2$$

$$\frac{S'_1(x^*)}{S'_2(x^*)} = \frac{p_1}{p_2} \qquad \textbf{(Si } \lambda^* > 0\textbf{)}$$

On retrouve la condition énoncée auparavant, à savoir l'égalité entre le taux marginal de substitution et l'inverse du rapport des prix.

Il faut bien observer que ces conditions du premier ordre ne sont en général *ni* nécessaires *ni* suffisantes.

Elles ne sont *nécessaires* que si l'équilibre est *intérieur*.
Elles sont *suffisantes* lorsque les courbes d'indifférence sont *convexes*, ou, ce qui revient au même, si la fonction d'utilité est *quasi-concave*.On démontre alors que tout vecteur de consommation x^0 qui vérifie ces conditions maximise bien le Lagrangien L.

4- Interprétation du multiplicateur de Lagrange.

Montrons qu'à l'équilibre le multiplicateur de Lagrange λ* désigne l'utilité marginale du revenu S'_R

Considérons à partir d'un état d'équilibre, l'effet d'une variation infinitésimale des prix et du revenu : dp_1 et dR.

Pour cela, écrivons la différentielle totale de la fonction d'utilité au voisinage de l'équilibre x*, tout en prenant en considération les conditions d'équilibre ci-dessus :

$$dS = \sum_{i=1}^{i=n} S'_i(x^*)dx_i = \sum_{i=1}^{i=n} \lambda^* P_i dx_i$$

Pour exprimer dS en fonction de dp_i et dR, on va exprimer dx_i en termes de dp_i et dR en différentiant l'équation de budget au voisinage de l'équilibre :

$$\sum P_i x_i^* = R \Rightarrow$$

$$dR = \sum P_i dx_i + \sum x_i^* dP_i \Rightarrow$$

$$\sum P_i dx_i = dR - \sum x_i^* dP_i \Rightarrow$$

$$dS = \lambda^* \sum P_i dx_i = \lambda^* dR - \sum \lambda^* x_i^* dP_i$$

$$\Rightarrow \frac{\partial S}{\partial R} = \lambda^*$$

$$\text{et} \quad \frac{\partial S}{\partial p_i} = -\lambda^* x_i^*$$

On voit bien que λ* désigne l'accroissement d'utilité dû à l'augmentation du revenu d'un montant infinitésimal, c'est à dire l'utilité marginale du revenu.

5- L'équilibre en coin

L'équilibre en coin désigne une situation dans laquelle le panier de consommation optimale ne comporte pas des quantités strictement positives de tous les biens. Certains biens ne sont donc pas consommés à l'équilibre. Dans le cas simple limité à deux biens, l'optimum est situé sur l'un des deux axes, c'est à dire, sur la frontière des possibilités physiques de consommation.

Soulignons d'abord que pour que l'équilibre soit en coin il faut que les courbes d'indifférence coupent l'un des deux axes au moins. Autrement, une courbe d'indifférence est asymptotique aux deux axes ou à des parallèles aux axes. Le taux marginal de substitution varie alors entre zéro et l'infini. Il y aura donc bien un point tel que le $TMS_{2/1}$ est égal au rapport des prix $\frac{p_1}{p_2}$. C'est le cas de la *figure 1.18 -a*.

Lorsque les courbes d'indifférence coupent l'un des deux axes ou les deux en même temps, on *peut* avoir un équilibre en coin. C'est le cas des *figures 1.18-b, 1.18-c et 1.18 -d*.

Mais on peut aussi avoir un équilibre intérieur même avec des courbes d'indifférence qui coupent les axes. La *figure 1.18-e* l'illustre bien.

A - Caractérisation graphique de l'équilibre

Lorsqu'on dispose de la carte d'indifférence du consommateur, on peut identifier le point d'équilibre en parcourant la carte vers l'extérieur tout en ayant un point de contact avec la droite de budget.

Dans le cas de la *figure 1.18- b*, il est clair que l'équilibre maximisant l'utilité du consommateur est atteint au point A. Le ménage ne consomme alors que du bien 1.

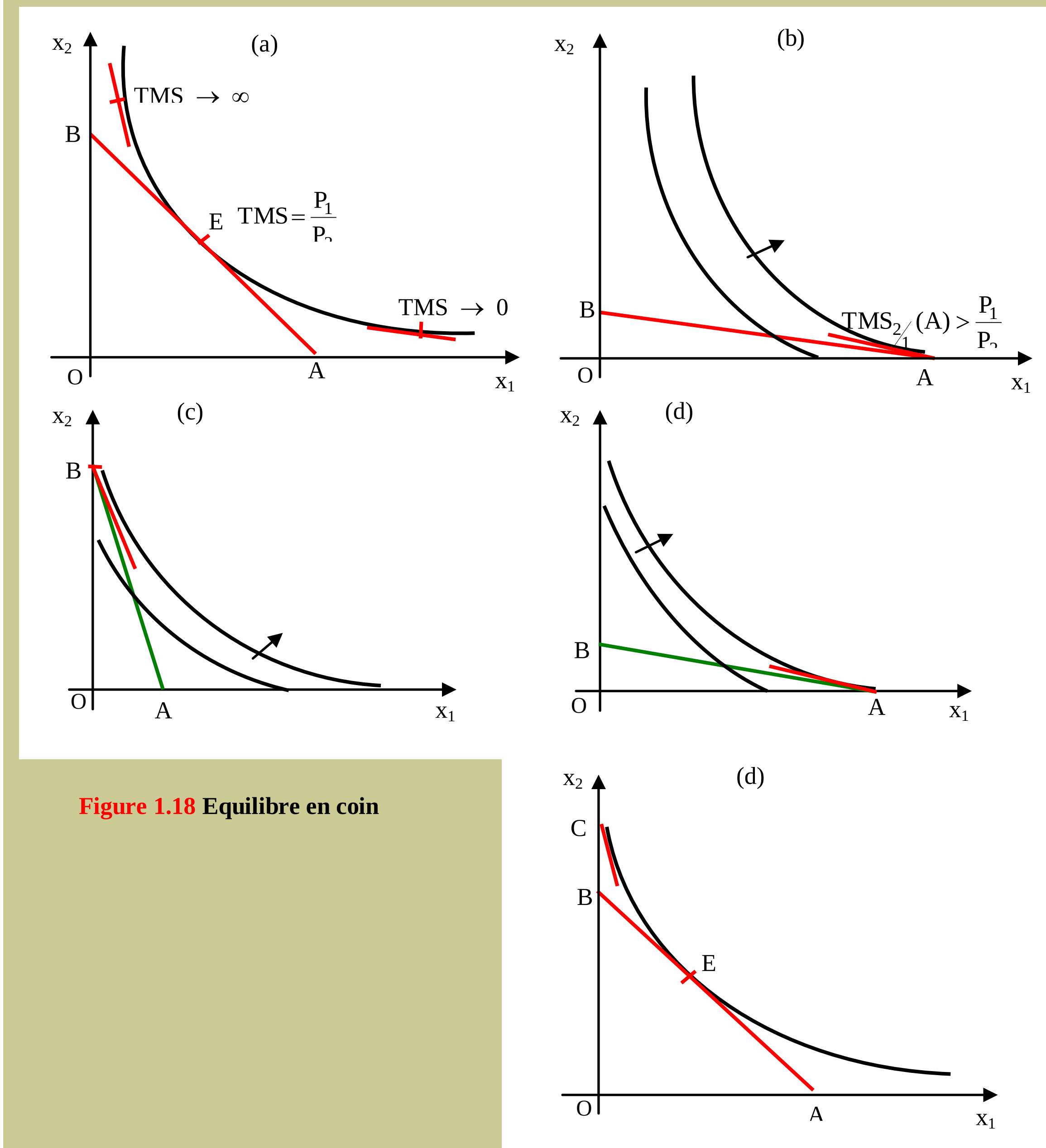


Figure 1.18 Equilibre en coin

Au point A, la pente de la tangente à la courbe d'indifférence est supérieure en valeur absolue à la pente de la droite de budget :

$$\text{TMS}_{2/1}\,(A) > \frac{p_1}{p_2}$$

La valeur subjective attachée à une unité supplémentaire du bien 1 est alors supérieure à son prix du marché (les deux étant exprimés en unités du bien 2). Le consommateur voudrait donc consommer davantage du bien 1. Mais parce que sa contrainte budgétaire ne le lui permet pas, il se suffit de la quantité correspondant au point A.

Le même raisonnement s'applique au cas où le panier de consommation optimal comporte exclusivement du bien 2 (*figure 1.18-c* et *figure 1.18-d*).

Le $\text{TMS}_{2/1}\,(B) < \frac{p_1}{p_2}$. Au point B, la valeur subjective marginale d'une unité du bien 1 est inférieure à son prix relatif. Il en découle que la valeur subjective marginale d'une unité du bien 2 est supérieure à son prix relatif : $\text{TMS}_{1/2}(B) = \frac{1}{\text{TMS}_{2/1}(B)} > \frac{\mathbf{p_2}}{\mathbf{p_1}}$.

Le consommateur voudrait alors consommer davantage du bien 2, mais son revenu ne le lui permet pas. Il se contente alors de la consommation correspondant au point B.

Cette méthode graphique de détermination de l'équilibre n'est cependant pas pratique, si la carte des courbes d'indifférence n'est pas préalablement tracée. Dans ce cas, on devrait trouver l'équilibre sur la base de la forme fonctionnelle de l'utilité et des paramètres de la droite budgétaire. Il est alors impossible de prévoir *a priori* si l'équilibre est intérieur ou en coin. Deux solutions sont alors envisageables pour déterminer le panier de consommation optimale. Une procédure par tâtonnement qui consiste à supposer d'abord que l'équilibre est intérieur, puis si on trouve après résolution des conditions d'un équilibre intérieur qu'il ne l'est pas, on saura que l'équilibre est en coin. La deuxième procédure permet de savoir si l'équilibre est intérieur ou pas en comparant la valeur du TMS aux extrémités de la droite de budget à la pente de celle-ci. On l'appellera la procédure comparative. On donnera ci-après une description de ces deux procédures.

B - Détermination de l'équilibre par tâtonnement

On suppose que x^* est intérieur au domaine des consommations physiquement possibles, c'est à dire, $\mathbf{x_1^* > 0}$ et $\mathbf{x_2^* > 0}$.

On utilise alors les conditions nécessaires du premier ordre :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathbf{S'_1(x^*)}}{\mathbf{S'_2(x^*)}} = \dfrac{\mathbf{P_1}}{\mathbf{P_2}} \\ \\ \mathbf{P_1 x_1^* + P_2 x_2^* = R} \end{cases}$$

En résolvant ce système de deux équations, on obtient les solutions x_1^* et x_2^*. Alors si ces deux solutions sont strictement positives, l'hypothèse initiale est vérifiée, l'équilibre est intérieur et la résolution s'arrête.

Si on trouve que le système n'admet pas de solution ou que l'une des deux solutions n'est pas strictement positive ; c'est à dire négative ou nulle, alors l'équilibre est en coin :

- Si $x_1^* \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{x}_1 = 0$ et $\bar{x}_2 = \dfrac{R}{p_2}$ constitue le panier de consommation optimal (point B des *figures 1.18-c et 1.18-d*).
- Si $x_2^* \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{x}_2 = 0$ et $\bar{x}_1 = \dfrac{R}{p_1}$ constitue le panier de consommation optimal (point A de la *figure 1.18-b*).
- Si le système n'admet pas de solution, on peut recourir soit à la procédure comparative soit à la méthode analytique décrites ci-dessous.

C - Procédure comparative de détermination de l'équilibre

Nous commençons par établir le sens de variation du TMS le long de La droite de budget et nous nous plaçons à l'extrémité en laquelle le $TMS_{2/1}$ est maximum. Supposons que ce soit le point B[1].

- Si le $TMS_{2/1}$ en ce point B est trop faible par rapport au prix relatif $\frac{p_1}{p_2}$, il le sera sur toute la droite de budget. La valeur subjective d'une unité du bien 1 est partout inférieure à son prix relatif. Réciproquement la valeur subjective d'une unité du bien 2 est partout supérieure à son prix relatif. En tout point de la droite de budget le ménage voudra avoir plus du bien 2. Le maximum sera atteint au point B où le revenu est entièrement dépensé sur le bien 2. B est alors un équilibre en coin. Il a pour coordonnées $\mathbf{x_1^*} = 0$ et $\mathbf{x_2^*} = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{p_2}}$ (*fig. 1.18-c et 1.18-d*)

- Si le $TMS_{2/1}$ au point B est supérieur au prix relatif $\frac{p_1}{p_2}$ alors on cherche la valeur du $TMS_{2/1}$ à l'autre extrémité.

    - Si cette dernière est encoure supérieure au prix relatif, la valeur subjective d'une unité du bien 1 est en tout point de la droite de budget supérieure à son prix relatif. Le consommateur voudra toujours avoir plus du bien 1. Son équilibre est atteint lorsqu'il consacre tout son revenu à ce bien, c'est à dire au point A. On est alors en présence d'un équilibre en coin de coordonnées $\mathbf{x_1^*} = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{p_1}}$, $\mathbf{x_2^*} = 0$ (*fig. 1.18-b*).
    - Si au contraire le prix relatif est encadré par les valeurs du $TMS_{2/1}$ aux extrémités de la droite de budget, A et B il y aura nécessairement un point de la droite de budget autre que A et que B et en lequel le $TMS_{2/1}$ est égal au prix relatif. L'équilibre est donc intérieur. Ses coordonnées sont solution du système d'équations $\frac{\mathbf{S'_1}}{\mathbf{S'_2}} = \frac{\mathbf{p_1}}{\mathbf{p_2}}$ et $\mathbf{p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = R}$ (*fig. 1.18-e*).

Tableau récapitulatif de la procédure comparative

[1] Cela correspond à une hypothèse de décroissance du $TMS_{2/1}$ le long de la droite de budget de B vers A. Un raisonnement analogue peut être conduit sous l'hypothèse inverse d'une croissance du $TMS_{2/1}$de A vers B.

$TMS_{2/1}$ décroissant de B vers A (croissant de A vers B)		$TMS_{2/1}$ croissant de B vers A (décroissant de A vers B)	
$TMS_{2/1}$ (B) $\leq \frac{p_1}{p_2}$	Equilibre de coin en B	$TMS_{2/1}$ (A) $\leq \frac{p_1}{p_2}$	Equilibre de coin en B
$TMS_{2/1}(B) > TMS_{2/1}(A) \geq \frac{p_1}{p_2}$	Equilibre de coin en A	$TMS_{2/1}(A) > TMS_{2/1}(B) \geq \frac{p_1}{p_2}$	Equilibre de coin en A
$TMS_{2/1}$ (A) $< \frac{p_1}{p_2} <$ $TMS_{2/1}(B)$	Equilibre intérieur	$TMS_{2/1}(A) < \frac{p_1}{p_2} < TMS_{2/1}(B)$	Equilibre intérieur

D – Détermination analytique de l'équilibre de coin

Les méthodes décrites plus haut sont utiles et relativement faciles à mettre en œuvre lorsque le nombre de biens est limité à deux. Elles deviennent cependant impraticables, dès que le nombre de biens dépasse deux.

Pour traiter le cas général à plusieurs biens, tout en considérant la possibilité que le consommateur ne consomme pas à l'équilibre de tous les biens, on réintroduit dans le problème de maximisation de façon explicite les contraintes de non négativité des quantités consommées x_i.

Max S(x)
$\sum p_i x_i = R$
$x_i \geq 0 \quad \forall\, i = 1,\dots,n$

On démontre alors que ce problème de maximisation sous contraintes se réduit à la maximisation libre de la fonction :

$$L = S(x) + \lambda\,(R - \sum p_i x_i) + \sum_{i=1}^{i=n} \mu_I x_i$$

où λ et les μ_i sont n+1 multiplicateurs positifs ou nuls.

Les conditions nécessaires du premier ordre s'écrivent alors (Théorème de Khun-Tucker) :

$$\begin{cases} S'_i(x^*) - \lambda^* P_i + \mu^*_i = 0 & \forall\, i = 1, \dots, n \\ R - \sum P_i x^*_i = 0 & \end{cases}$$

$$\mu_i^* x_i^* = 0 \qquad \forall\, i = 1, \ldots, n$$

Si $x_i^* > 0 \Rightarrow \mu_i^* = 0 \Rightarrow S'_i(x^*) = \lambda^* P_i$

Si $\mu_i^* > 0 \Rightarrow x_i^* = 0 \Rightarrow S'_i(x^*) < \lambda^* P_i$

A l'équilibre il y a deux catégories de biens : ceux qui sont consommés, on les désigne par l'indice h et ceux qui ne sont pas consommés, on les désigne par l'indice k. On aura alors les conditions :

$$\frac{S'_h(x^*)}{p_h} = \lambda^* \qquad \forall\, h = 1, \ldots, l$$

avec $(l + m = n)$

$$\frac{S'_k(x^*)}{p_k} < \lambda^* \qquad \forall\, k = 1, \ldots, m$$

Les biens dont à l'équilibre l'utilité marginale du dernier dinar dépensé est inférieure à l'utilité marginale du revenu ne sont pas achetés. Les biens consommés vérifient la même condition trouvée antérieurement, à savoir l'égalité de l'utilité marginale du dernier dinar dépensé entre tous les biens consommés.

6 – L'équilibre anguleux

On parle d'équilibre anguleux, chaque fois que la contrainte budgétaire à laquelle s'ajoute éventuellement la contrainte de rationnement déterminent une frontière de l'ensemble des consommations physiquement et financièrement possibles représentée par une ligne brisée, et que l'équilibre correspond au point anguleux de cette frontière. Il est clair que la condition de premier ordre (égalité des pentes de la tangente à la courbe d'indifférence et de la pente de la ligne de budget) ne s'applique pas, puisqu'en un point anguleux, la ligne de budget (ou la frontière de l'ensemble des choix) n'admet pas de tangente et qu'il existe au contraire une demi- tangente à droite et une demi- tangente à gauche du point anguleux.

Rappelons-nous que l'ensemble des choix a bien cette forme dans tous les cas où existent des subventions en nature sous forme de coupons ou un rationnement. Nous allons reprendre ci-après tous ces cas en appliquant la procédure par tâtonnement et la procédure comparative de détermination de l'équilibre.

A - Cas des coupons distribués gratuitement

a- Procédure par tâtonnement

En se référant au graphique 1.19 ci-dessous, il apparaît clairement qu'aucun point du segment [B,C[ne peut être un équilibre parce qu'il n'épuise pas le revenu.

Restent donc trois cas : l'équilibre intérieur E, l'équilibre anguleux C et l'équilibre en coin A. Ne sachant pas a priori lequel des trois sera choisi, on procède par tâtonnement :

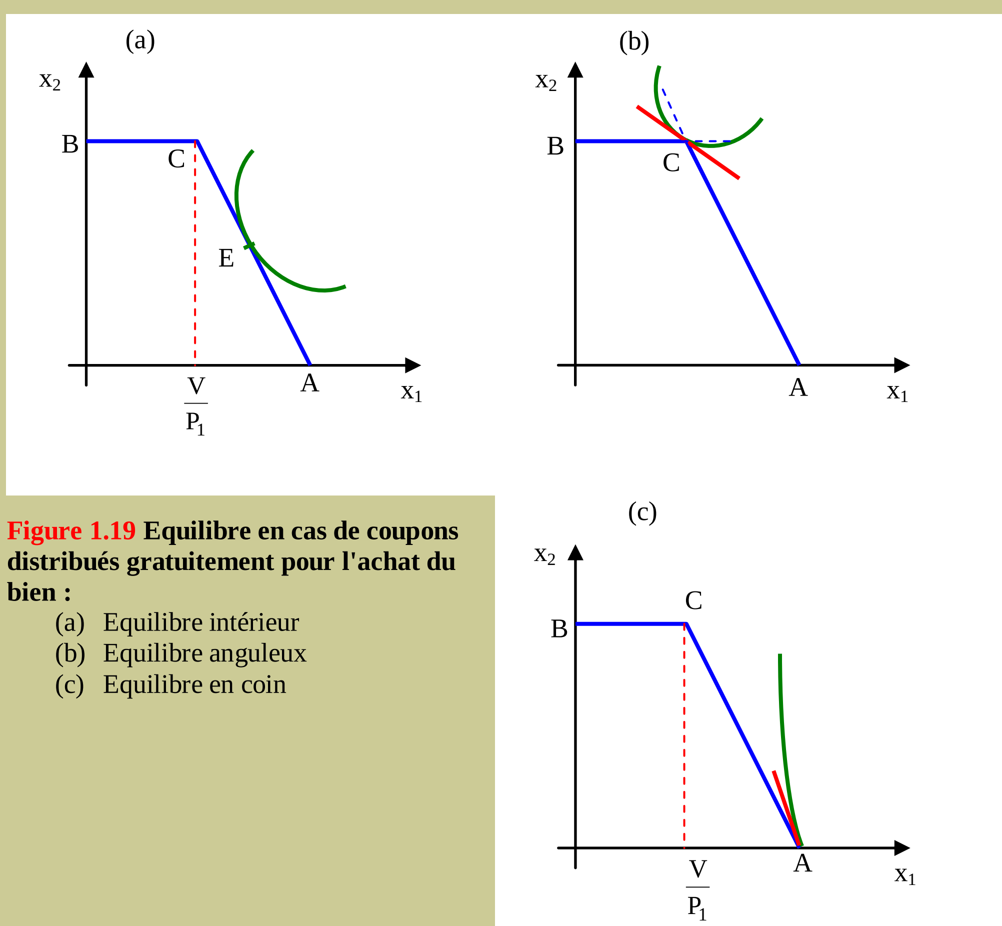


Figure 1.19 Equilibre en cas de coupons distribués gratuitement pour l'achat du bien :

(a) Equilibre intérieur
(b) Equilibre anguleux
(c) Equilibre en coin

- On commence par supposer que l'équilibre est intérieur et qu'il appartient au segment]C,A[, c'est à dire que $\mathbf{x_1^*} > \frac{V}{p_1}$ et $\mathbf{x_2^*} > 0$

On résout les conditions du premier ordre et on compare les solutions aux conditions ci- dessus. Si elles sont vérifiées l'équilibre est donc bien intérieur et appartient à]C,A[.

- Si au contraire les solutions trouvées sont telles que :

$\mathbf{x_1^*} \leq \frac{V}{p_1}$ $\Rightarrow$ l'équilibre n'est pas intérieur ; il est représenté par le point anguleux C de coordonnées : $\mathbf{\bar{x}_1} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{p_1}}$; $\mathbf{\bar{x}_2} = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{P_2}}$

- Si les solutions trouvées sont telles que :

$\mathbf{x_2^*} \leq 0$ $\Rightarrow$ l'équilibre est en coin (point A) de coordonnées :

$\mathbf{\bar{x}_1} = \frac{R}{p_1}$; $\mathbf{\bar{x}_2} = 0$

b - Procédure comparative[*]

- Si TMS $_{2/1}$ (C) $\leq \frac{p_1}{p_2}$ ==> L'équilibre est au point C = ($\frac{V}{p_1}$; $\frac{R}{p_2}$), parce que le TMS$_{2/1}$ décroît en parcourant la ligne de budget de C vers A et reste donc toujours inférieur à $\frac{p_1}{p_2}$.
- Si TMS $_{2/1}$ (C) > $\frac{p_1}{p_2}$ > TMS $_{2/1}$ (A) ==> $\exists$ E $\in$] C , A [tel que

[*] Nous supposons dans ce qui suit que le TMS$_{2/1}$ décroît lorsqu'on parcourt la ligne de budget de B vers A. Il a été déjà précisé qu'un raisonnement similaire s 'applique sous l'hypothèse inverse d'une croissance du TMS$_{2/1}$.

$\text{TMS}_{2/1}(E) = \dfrac{p_1}{p_2}$; E est l'équilibre.

- Si $\text{TMS}_{2/1}(A) \geq \dfrac{p_1}{p_2}$ ==> $A = (\dfrac{R+V}{p_1}, 0)$ est l'équilibre, parce que tout en diminuant, le $\text{TMS}_{2/1}$ reste toujours supérieur à $\dfrac{p_1}{p_2}$.

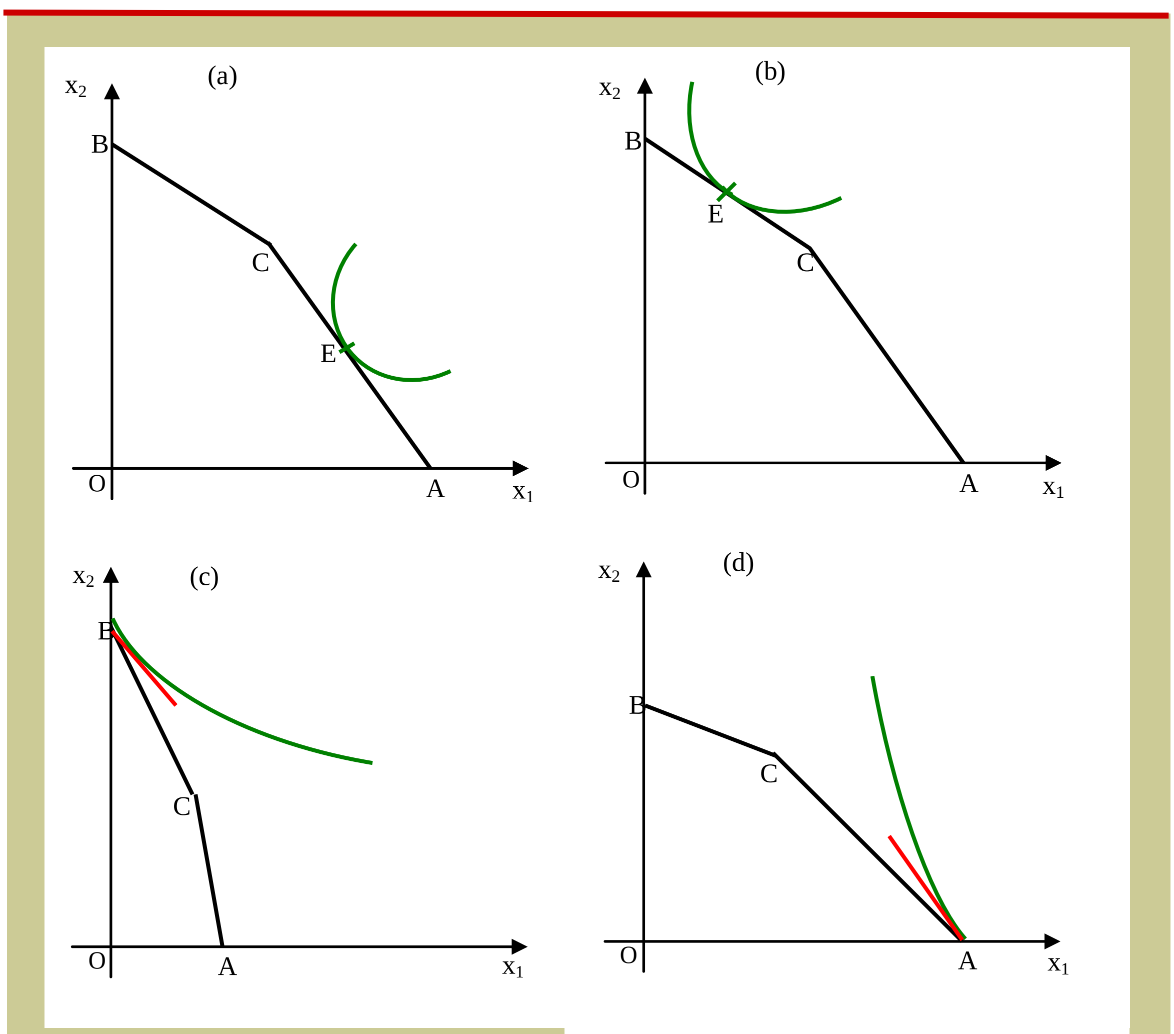
B - Achat divisible de coupons subventionnés

a – Procédure par tâtonnement

- Supposons que l'équilibre soit en $E_1 \in]C, A[$ (*figure 1.20*) $\Leftrightarrow$ $x_1^* > \dfrac{V}{p_1}$ et $x_2^* > 0$.

Alors (x_1^*, x_2^*) devrait être solution de $\begin{cases} \dfrac{S'_1}{S'_2} = \dfrac{P_1}{P_2} \\ P_1 x_1^* + P_2 x_2^* = R + V - v \end{cases}$

  - Si la solution de ce système vérifie les conditions initiales, l'équilibre est en E_1 et la résolution s'arrête.



- Si au contraire on trouve $x_2^* \leq 0$ ==> A = ($\frac{R+V-v}{p_1}$; 0) est le point d'équilibre.
- Si $x_1^* = \frac{V}{p_1}$; $x_2^* = \frac{R - v}{p_2}$ l'équilibre est au point anguleux C.
- Si $x_1^* < \frac{V}{p_1}$; l'équilibre est sur le segment [B,C[mais on ne sait s'il est intérieur au segment ou pas.

• Supposons que l'équilibre appartienne à]B,C[, c'est à dire $0 < x_1^* < \frac{V}{p_1}$

On résout alors le système $\begin{cases} \frac{S'_1}{S'_2} = \frac{v}{V} * \frac{P_1}{P_2} \\ \frac{v}{V} * P_1 x_1^* + P_2 x_2^* = R \end{cases}$

- Si la solution vérifie la double condition ci-dessus, l'équilibre est en E_2 et la résolution est terminée.

- Si $x_1^* \leq 0$ ==> l'équilibre est en $\mathbf{B = (0\ ,\ \frac{R}{p_2})}$

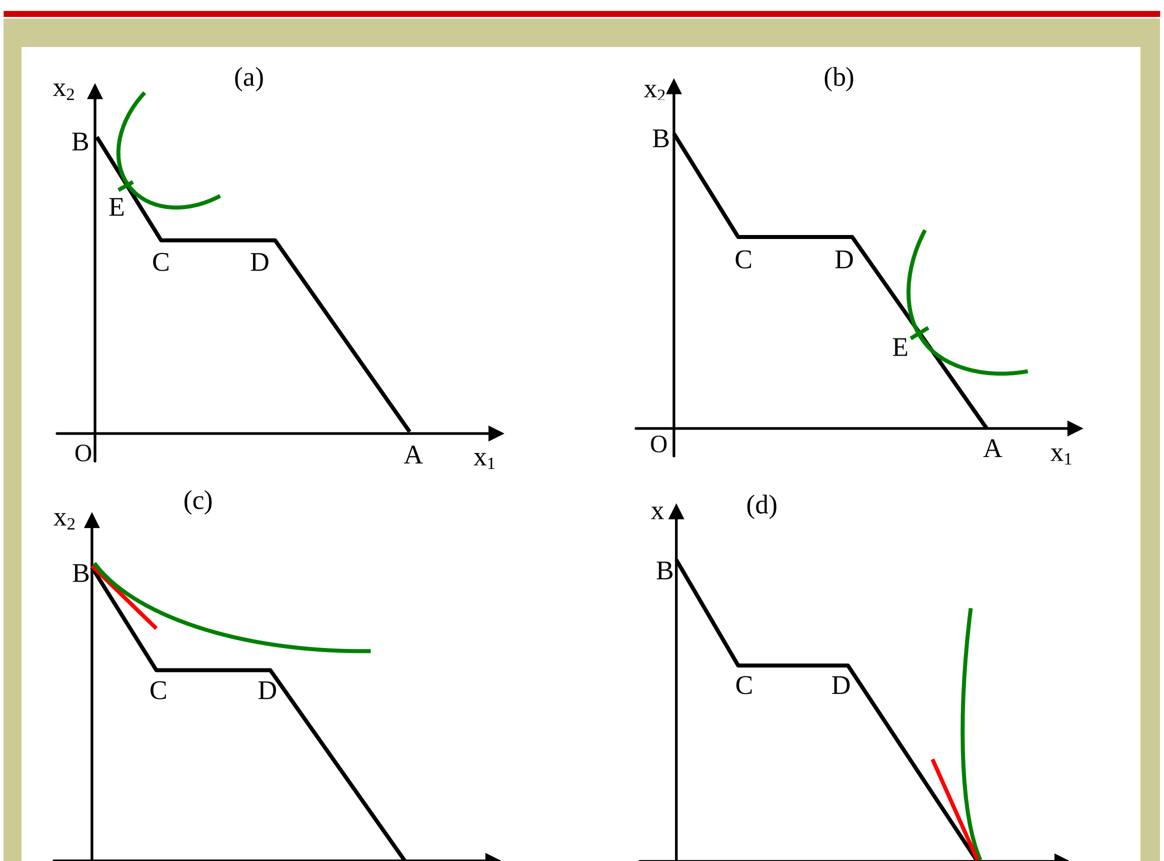
b – Procédure comparative

- Si $TMS_{2/1}$ (B) $\leq \frac{v}{V}.\frac{p_1}{p_2}$ ==> Equilibre de coin en B = (0 , $\frac{R}{p_2}$)
- Si $TMS_{2/1}$ (C) $< \frac{v}{V}.\frac{p_1}{p_2} <$ $TMS_{2/1}$ (B) ==> Equilibre intérieur en $E_2 \in$]B,C[.
- Si $\frac{v}{V}.\frac{p_1}{p_2} \leq$ $TMS_{2/1}$ (C) $\leq \frac{p_1}{p_2}$ ==> Equilibre anguleux en C.
- Si $TMS_{2/1}$ (A) $< \frac{p_1}{p_2} <$ $TMS_{2/1}$ (C) ==> Equilibre intérieur en $E_1 \in$]C,A[.
- Si $TMS_{2/1}$ (A) $\geq \frac{p_1}{p_2}$ ==> Equilibre en coin en A.

C - Achat indivisible de coupons subventionnés

a – Procédure par tâtonnement

Il est d'abord clair (*figure 1.21*) qu'aucun point du segment]C,D[ne peut être un équilibre : La courbe d'indifférence aurait un minimum en un tel point, ce qui contredit la propriété de décroissance de cette courbe.



De plus, le point C devrait en général être exclu puisqu'au point D on consomme plus du bien 1 et la même quantité du bien 2, ce qui procurera plus de satisfaction, sauf si l'utilité marginale du bien 1 est nulle entre C et D.

Il reste donc les deux équilibres en coin, l'équilibre anguleux (D) et deux équilibres intérieurs sur]B,C[et sur]D,A[.

- Supposons que $\mathbf{x}^* \in]D,A[\Leftrightarrow \mathbf{x_1^*} > \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{p_1}}$ et $\mathbf{x_2^*} > 0$.

$(\mathbf{x_1^*}, \mathbf{x_2^*})$ serait alors solution de : $\begin{cases} \frac{S'_1}{S'_2} = \frac{P_1}{P_2} \\ P_1 x'_1 + P_2 x'_2 = R + V - v \end{cases}$

  - Si la solution vérifie la double condition ci-dessus, l'équilibre est atteint en un point intérieur E_1.
  - Si $\mathbf{x_2^*} \leq 0$ ==> Equilibre en coin en A de coordonnées $\overline{x}_1 = \frac{R+V-v}{p_1}$ et $\overline{x}_2 = 0$.

- * Si $\mathbf{x_2^*} = \frac{V}{p_1}$ ==> Equilibre anguleux (D) de coordonnées : $\bar{x}_1 = \frac{V}{p_1}$ et $\bar{x}_2 = \frac{R - v}{p_2}$
- Si $x_1^* < \frac{V}{p_1}$, l'équilibre peut se trouver soit en D soit sur le segment [B,C[.

* Supposons que $x^* \in$]B,C[. Il serait alors solution de : $\begin{cases} \frac{S'_1}{S'_2} = \frac{P_1}{P_2} \\ P_1 x'_1 + P_2 x'_2 = R \end{cases}$
  - Si la solution vérifie la condition d'appartenance à]B,C[; c'est à dire $0 < x_1^* < \frac{v}{p_1}$ l'équilibre est en ce point E_2.
  - Si $x_1^* \le 0$ l'équilibre est en B de coordonnées : $\bar{x}_1 = 0$ et $\bar{x}_2 = \frac{R}{p_2}$.
  - Si $x_1^* > \frac{v}{p_1}$ l'équilibre est au point anguleux D de coordonnées $\bar{x}_1 = \frac{V}{p_1}$ et $\bar{x}_2 = \frac{R - v}{p_2}$.

b – Procédure comparative

* Si $TMS_{2/1}$ (B) $\le \frac{p_1}{p_2}$ ==> Equilibre en coin ; B (0 , $\frac{R}{p_2}$).
* Si $TMS_{2/1}$ (C) $< \frac{p_1}{p_2} <$ $TMS_{2/1}$ (B) ==> Equilibre en E_2 dont les coordonnées sont solution de : $\begin{cases} \frac{S'_1}{S'_2} = \frac{P_1}{P_2} \\ P_1 x'_1 + P_2 x'_2 = R \end{cases}$
* Si $TMS_{2/1}$ (C) $\ge \frac{p_1}{p_2}$ et $TMS_{2/1}$ (D) $\le \frac{p_1}{p_2}$ ==> Equilibre au point anguleux D de coordonnées : $x_1^* = \frac{V}{p_1}$ et $x_2^* = \frac{R - v}{p_2}$.

- Si $TMS_{2/1}$ (D) > $\frac{p_1}{p_2}$ > $TMS_{2/1}$ (A) l'équilibre est en un point de]A,D[dont

  les coordonnées sont solution de : $\begin{cases} \frac{S'_1}{S'_2} = \frac{P_1}{P_2} \\ p_1 x'_1 + p_2 x'_2 = R + V - v \end{cases}$

- Si $TMS_{2/1}$ (A) ≥ $\frac{p_1}{p_2}$ l'équilibre est au point A de coordonnées $x_1^* = \frac{R+V-v}{p_1}$

  et $x_2^* = 0$.

D - Rationnement absolu

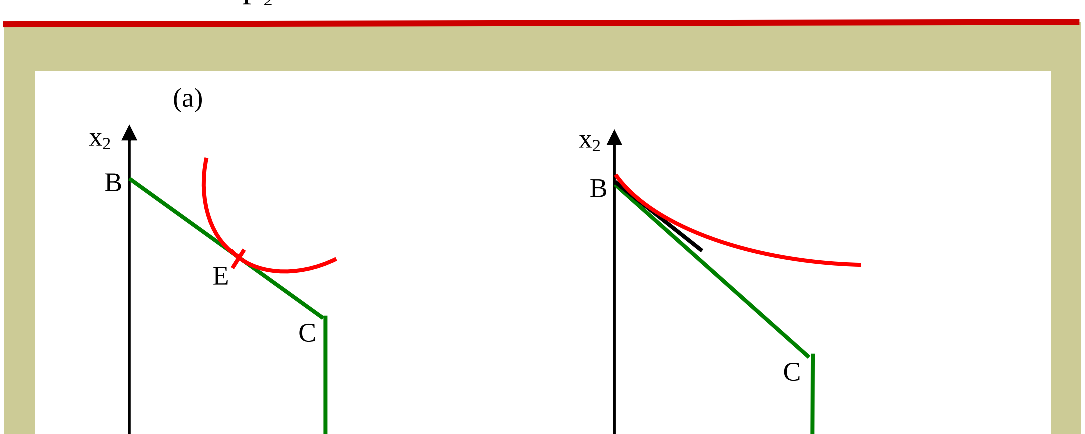
Là encore, on peut exclure (*figure 1.22*) le segment [A,C[parce qu'en tout point de ce segment, le revenu n'est pas épuisé. Restent donc l'équilibre anguleux (C), l'équilibre en coin (B) et l'équilibre intérieur (E).

a – Procédure par tâtonnement

- Supposons que l'équilibre soit en E ∈]B,C[. Le panier correspondant x^* doit vérifier la condition : $0 < x_1^* < \overline{x}_1$.

On cherche alors x^* solution de : $\begin{cases} \frac{S'_1}{S'_2} = \frac{P_1}{P_2} \\ p_1 x'_1 + p_2 x'_2 = R \end{cases}$

  - Si x_1^* vérifie la condition ci-dessus E est bien l'équilibre.
  - Si $x_1^* \leq 0$, l'équilibre est en B (coin) de coordonnées (0 , $\frac{R}{p_2}$)
  - Si $x_1^* \geq \overline{x}_1$, l'équilibre est en C (anguleux) de coordonnées ($\overline{x}_1$, $\frac{R - p_1\overline{x}_1}{p_2}$).



b – Procédure comparative

- Si $TMS_{2/1}$ (B) $\leq \frac{p_1}{p_2}$ ==> l'équilibre est en B $(0 , \frac{R}{p_2})$.
- Si $TMS_{2/1}$ (C) $< \frac{p_1}{p_2} <$ $TMS_{2/1}$ (B) ==> l'équilibre est en E $\in$]B,C[de coordonnées solution de $\begin{cases} \frac{S'_1}{S'_2} = \frac{P_1}{P_2} \\ p_1x'_1 + p_2x'_2 = R \end{cases}$
- Si $TMS_{2/1}$ (C) $\geq \frac{p_1}{p_2}$, l'équilibre est au point C de coordonnées $(\overline{x}_1 , \frac{R - p_1\overline{x}_1}{p_2})$.

E - Rationnement suppléé par le marché parallèle

Formellement, ce cas se présente de manière parfaitement similaire à celui de l'achat divisible de coupons subventionnés, traité au paragraphe B ci-dessus. Il suffit alors de s'y référer et de suivre la même démarche, en prenant soin bien sûr de modifier les paramètres $\frac{V}{p_1}$ par $\overline{x}_1$, $\frac{R-v}{p_2}$ par $\frac{R-p_1^{0}\overline{x}_1}{p_2}$, $\frac{R+V-v}{p_1}$ par $\frac{R}{p_1}+(1-\frac{p_1}{p_0})\overline{x}_1$ et $\frac{v}{V}p_1$ par p_1^0.

7 – Equilibre en cas de biens parfaitement complémentaires

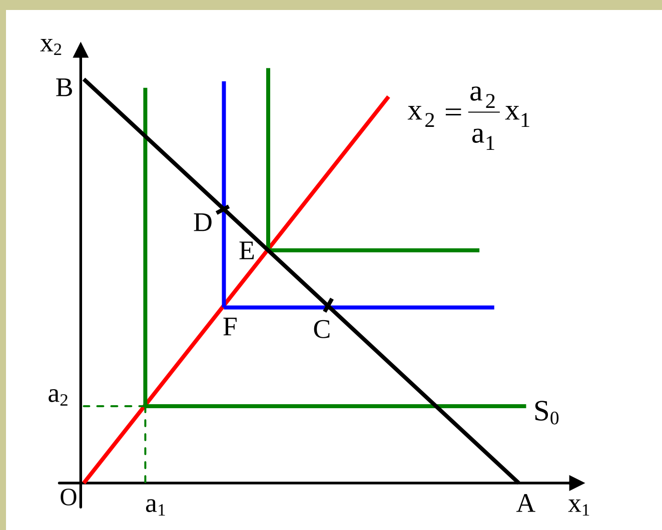


Figure 1.23 Equilibre en cas de biens parfaitement complémentaires.

L'équilibre doit nécessairement appartenir à la fois à la droite de budget (A , B) et à une courbe d'indifférence, la plus éloignée possible de l'origine. Il est clair qu'un point d'intersection, tel que C ou D, ne constitue pas un équilibre. Par exemple, au point C (x_1^c , a_2), on peut conserver le même niveau d'utilité S_0 tout en consommant moins du bien 1. On épargne alors $p_1(x_1^c - a_1)$ que l'on peut utiliser pour acheter des quantités supplémentaires des deux biens dans la proportion (a_1 , a_2) et augmenter ainsi strictement l'utilité.

On en déduit que l'équilibre E est nécessairement un *point anguleux,* situé sur la droite d'équation $x_2 = \frac{a_2}{a_1}x_1$.

Les coordonnées de E sont alors solution de :
$$\begin{cases} x_2^* = \frac{a_2}{a_1}x_1^* \\ p_1x_1^* + p_2x_2^* = R \end{cases}$$

$$\Longrightarrow\ p_1 x_1^* + p_2 \frac{a_2}{a_1} x_1^* = R$$

$$\Longrightarrow\ \frac{a_1 p_1 + a_2 p_2}{a_1} x_1^* = R \Longrightarrow\ x_1^* = \frac{a_1 R}{a_1 p_1 + a_2 p_2} \quad \text{et} \quad x_2^* = \frac{a_2 R}{a_1 p_1 + a_2 p_2}$$

8 - Equilibre en cas de biens parfaitement substituables

Trois cas sont à distinguer suivant l'ordre de grandeur des pentes de la droite d'indifférence et de la droite de budget.

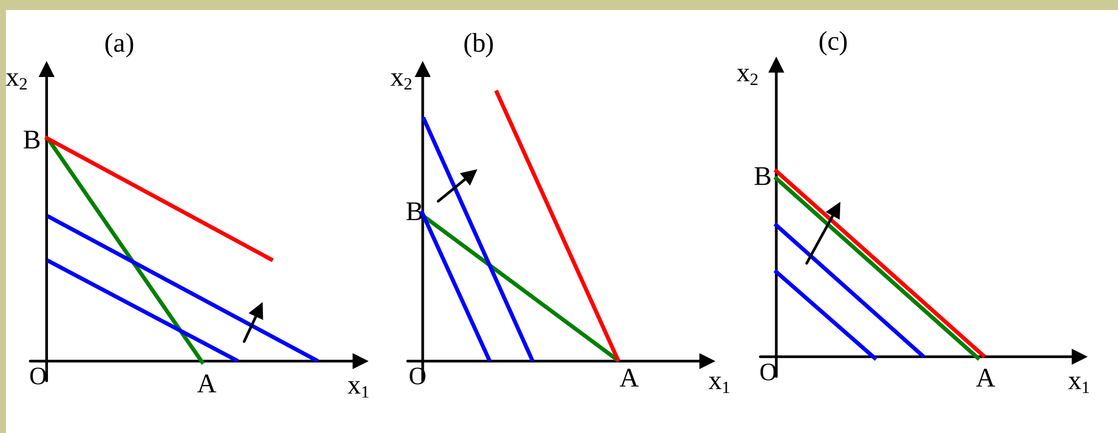


Figure 1.24 Equilibre en cas de biens parfaitement substituable. (a) Equilibre de coin en B. (b) Equilibre de coin en A. (c) Equilibre multiple, tous les points de [AB]

- Si la pente de la droite d'indifférence a_1/a_2 est inférieure en valeur absolue à celle de la droite de budget p_1/p_2, l'équilibre est en coin. Il est représenté par le point B [*fig. 1.24-a*].

$$TMS_{2/1}(B) = \frac{a_1}{a_2} < \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow \text{Equilibre } B = \left(0\ ,\ \frac{R}{p_2}\right)$$

- Si $\frac{a_1}{a_2} > \frac{p_1}{p_2} \Leftrightarrow$ Equilibre en A = $\left(\frac{R}{p_1}\ ,\ 0\right)$. [*fig. 1.24-b*].
- Si $\frac{a_1}{a_2} = \frac{p_1}{p_2}$, l'équilibre est multiple. Tout point de [A,B] maximise l'utilité du consommateur, sous sa contrainte budgétaire. [*fig. 1.24-c*].

9 – Equilibre en cas de courbe d'indifférence concave

Quand la courbe d'indifférence est concave, le point de tangence avec la droite de budget (M) correspond à un *minimum* et non au maximum d'utilité. Celui-ci est alors atteint en un point tel que A ou B. C'est donc nécessairement un équilibre en coin, où le ménage choisit de consommer d'un seul bien.

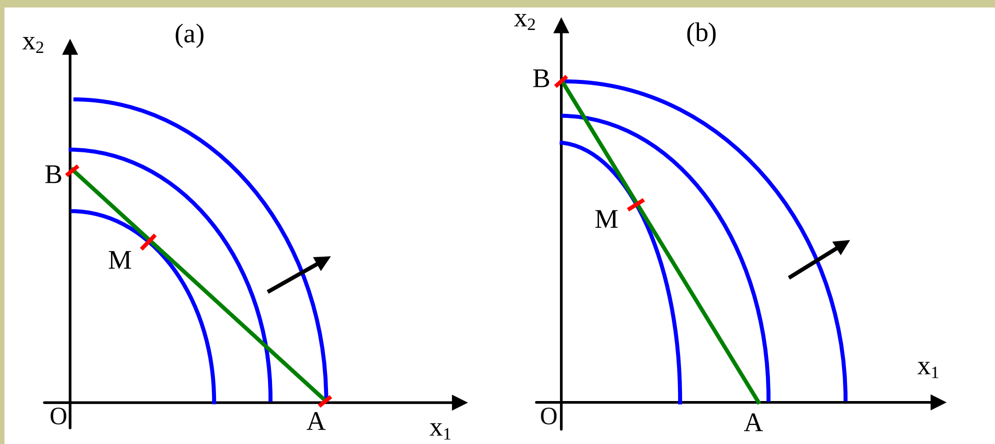


Figure 1.25 Equilibre en situation de courbe d'indifférence concave : (a) Equilibre de coin en A [$TMS_{2/1}(M) = \frac{p_1}{p_2}$ mais M n'est pas un équilibre]. (b) Equilibre de coin en B

Ce résultat est à rapprocher de l'interprétation que nous avons donnée de la convexité des courbes d'indifférence : le consommateur préfère les paniers intermédiaires aux paniers extrêmes. La concavité est donc associée au comportement inverse d'un consommateur qui préfère les paniers extrêmes aux paniers intermédiaires. Le panier constitué d'un seul bien est bien sûr un panier extrême.

Pour savoir si l'équilibre est en A ou en B, on compare le TMS au rapport des prix aux extrémités de la droite de budget.

- Si $TMS_{2/1}$ (B) $\geq \frac{p_1}{p_2}$ ==> B est l'équilibre.
- Si $TMS_{2/1}$ (A) $\geq \frac{p_1}{p_2}$ ==> A est l'équilibre.

Chapitre II : La demande de consommation

I- Dérivation des fonctions de demande

Rappelons que les conditions d'équilibre du consommateur sont exprimées par les équations suivantes :

$$\begin{cases} S'_i(x^*) = \lambda^* P_i \\ \sum P_i x_i^* = R \end{cases} \qquad i = 1, \ldots, n$$

Rappelons aussi que si x* est intérieur* à l'ensemble des consommations possibles et si les courbes d'indifférence sont convexes, les conditions ci-dessus sont nécessaires et suffisantes. On démontre aussi que, sous ces conditions, l'équilibre est unique.

Ayant supposé la convexité des courbes d'indifférence, ce système de n+1 équations à n+1 inconnues (les quantités x_i^* et le multiplicateur λ^*) admet donc une solution unique. Cette solution exprime les variables du système en fonction des paramètres p_i et R.

Si les paramètres p_i et R varient, les quantités d'équilibre x_i^* varient aussi. Plus précisément à chaque ensemble de paramètres ($p_1, \ldots, p_n$; R) on fait correspondre un ensemble unique de quantités d'équilibre x_i^*. On dit alors que les quantités d'équilibre x_i^* sont liées aux paramètres (p_i, R) par une *relation fonctionnelle*, ou qu'elles sont fonction de ces paramètres.

$x_i^* = d_i(p_1, \ldots, p_n ; R)$.

Ces fonctions qui expriment les quantités que le consommateur désire acquérir à l'équilibre pour des prix et un revenu donnés sont appelées les *fonctions de demande* du consommateur.

* Nous nous plaçons dans ce qui suit, sous l'hypothèse d'un équilibre intérieur.

Remarquons que la demande d'un bien est en général fonction non seulement du prix de ce bien mais aussi des prix des autres biens et du revenu.

La *courbe de demande*, qui lie la quantité demandée d'un bien au seul prix de ce bien, est donc une restriction de la fonction de demande qui suppose que les prix des autres biens et le revenu sont inchangés.

Observons aussi que la relation $x_i^* = d_i(p_1,..., p_n ; R)$ est la forme générale de la fonction de demande.

Elle ne veut pas dire que la quantité demandée de chaque bien dépend *effectivement* du prix de chacun des autres biens en plus du prix du bien lui-même et du revenu. Il se peut qu'un autre bien (j) en particulier soit sans influence sur la quantité demandée du bien en question(i). Dans ce cas la dérivée partielle $\frac{\partial d_i}{\partial p_j}$ est nulle. Il pourrait par exemple en être ainsi de la demande de café et du prix des voitures. Le degré d'influence mutuelle des différents biens est reflété par la forme de la fonction d'utilité de chaque consommateur.

Nous allons présenter maintenant deux exemples de fonctions d'utilité à deux biens conduisant l'une à des fonctions de demande *interdépendantes* et l'autre au contraire à des fonctions de demande *indépendantes*.

a- Considérons d'abord que les goûts d'un consommateur sont représentés par la fonction d'utilité suivante :

$$S(x_1, x_2) = x_1x_2 + 2x_1 + 3x_2$$

En nous limitant à l'expression des fonctions de demande correspondant à un équilibre intérieur du consommateur, les quantités consommées des deux biens, x_1^* et x_2^*, doivent vérifier nécessairement les conditions du premier ordre suivantes :

$$S'_1 = x_2^* + 2 = \lambda^* p_1$$

$$S'_2 = x_1^* + 3 = \lambda^* p_2$$

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = R$$

On en déduit : $\frac{x_2^* + 2}{x_1^* + 3} = \frac{P_1}{P_2}$

$\Rightarrow p_1(x_1^* + 3) = p_2(x_2^* + 2)$

$\Rightarrow p_1 x_1^* = p_2 x_2^* + 2p_2 - 3p_1$

$\Rightarrow 2\, p_2 x_2^* + 2p_2 - 3p_1 = R$

$$\Rightarrow x_2^* = \frac{R + 3p_1 - 2p_2}{2p_2}$$

$$\Rightarrow x_1^* = \frac{R - \frac{R}{2} - \frac{3}{2p_1} + p_2}{p_1}$$

$$\Rightarrow x_1^* = \frac{R - 3p_1 + 2p_2}{2p_1}$$

Nous vérifions dans cet exemple que la fonction de demande de chaque bien dépend des prix des deux biens en même temps, en plus du revenu.

b - Considérons maintenant une autre fonction d'utilité $S(x) = x_1 x_2$.

En nous limitant encore une fois au cas d'un équilibre intérieur, les quantités consommées des deux biens, x_1^* et x_2^* , doivent vérifier nécessairement les conditions du premier ordre suivantes :

$$S'_1(x^*) = x_2^* = \lambda^* p_1$$

$$S'_2(x^*) = x_1^* = \lambda^* p_2 \qquad \Rightarrow \frac{x_2^*}{x_1^*} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = R$$

On en déduit : $\frac{x_2^*}{x_1^*} = \frac{p_1}{p_2}$

$\Rightarrow \quad p_1 x_1^* = p_2 x_2^* \Rightarrow$

$2p_1 x_1^* = R \Rightarrow$

$x_1^* = \frac{R}{2p_1}$

et $x_2^* = \frac{R}{2p_2}$

Contrairement au premier exemple, ici la fonction de demande de chaque bien dépend du seul prix de ce bien et du revenu.

II- La fonction d'utilité indirecte

La fonction d'utilité exprime habituellement le niveau de satisfaction correspondant à une combinaison des quantités consommées de tous les biens. Mais comme à l'équilibre ces dernières sont fonction des prix et du revenu, on peut écrire l'utilité comme une fonction des prix et du revenu.

$S(x_1,...,x_n)$

$x_i^* = d_i(p_1,...,p_n, R)$

$\Rightarrow S(x_1^*,......, x_n^*) = S[d_1(p, R),.....,d_n(p, R)] = S^*(p_1,.....,p_n, R).$

La fonction S* est appelée *fonction d'utilité indirecte* ou encore *forme tangentielle* de la fonction d'utilité (par référence à la condition d'équilibre de tangence de la droite de budget et de l'une des courbes d'indifférence). Contrairement à la fonction d’utilité directe, qui est définie pour tout panier de consommation physiquement possible, la fonction d’utilité indirecte est définie uniquement pour des paniers d’équilibre.

III- Une propriété importante des fonctions de demande : l'absence d'illusion monétaire

Soit p° et R° un système de prix et de revenu donnés. On y fait correspondre des quantités demandées $x_i^o = d_i(p°, R°)$ qui maximisent l'utilité du consommateur sous la contrainte budgétaire.

Supposons maintenant que l'on fait varier proportionnellement tous les prix et le revenu, par exemple on fait doubler le revenu et les prix.
Est-ce que le consommateur va changer sa demande des différents biens ou pas ?

Soit donc $P_1^1 = \alpha P_1^o$ et $R^1 = \alpha R^\circ$

avec $\alpha > 0$

Ecrivons le problème de maximisation d'utilité correspondant aux nouvelles données :

$$\begin{cases} \text{Max } S(x_1, ..., x_n) \\ \text{s/c } \sum P_1^1 x_1 = R^1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \text{Max } S(x_1, ..., x_n) \\ \text{s/c } \sum \alpha P_1^o x_1 = \alpha R^o \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Max } S(x_1, ..., x_n) \\ \text{s/c } \alpha \sum P_1^o x_1 = \alpha R^o \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \text{Max } S(x_1, ..., x_n) \\ \text{s/c } \sum P_1^o x_1 = R^o \end{cases}$$

On retrouve donc le même problème de maximisation correspondant aux prix et revenu initiaux. Il s'en suit que les quantités demandées sont inchangées.
Le consommateur n'est donc pas illusionné par l'augmentation de son revenu lorsque les prix varient aussi dans les mêmes proportions.

L'absence d'illusion monétaire s'exprime mathématiquement par l'invariance de la demande quand on multiplie les prix et le revenu par un même facteur $\alpha > 0$

$$d_i(\alpha p_1, \alpha p_2, ..., \alpha p_n, \alpha R) = d_i(p_1, p_2, ..., p_n, R) = \alpha^0 d_i(p_1, p_2, ..., p_n, R)$$

On dit que les fonctions d_i sont *homogènes de degré zéro* par rapport aux prix et au revenu.

IV- L'ajustement de la demande aux variations du revenu

Nous allons examiner comment varie la demande en réaction à une variation du revenu, lorsque les prix sont maintenus constants.

1- Sentier d'expansion du revenu et courbes d'Engel

Nous avons vu que, toutes choses étant égales par ailleurs, une variation du revenu engendre un déplacement de la droite de budget parallèlement à elle-même.

En traçant une série de droites de budget correspondant chacune à un niveau de revenu, nous pouvons trouver les points d'équilibre, c'est à dire les points de tangence entre chaque droite de budget et la courbe d'indifférence la plus éloignée de l'origine. Le lieu géométrique de tous les points d'équilibre dans l'espace (x_1,x_2) est appelé *sentier d'expansion du revenu* ou aussi *courbe consommation -revenu*..

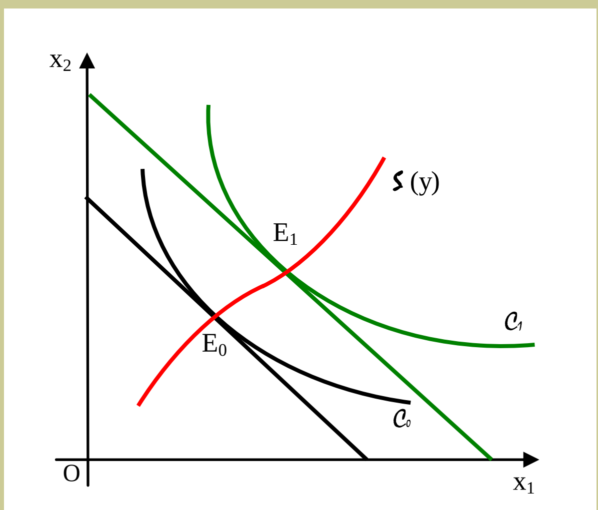


Figure 2.1 Courbe de consommation - revenu

Si on transpose les coordonnées des points d'équilibre dans les plans (x_1, R) et (x_2, R) respectivement, on obtient les courbes qui relient les quantités de chaque bien qui sont demandées à l'équilibre aux différents niveaux du revenu. Ces courbes sont appelées *courbes d'Engel*.

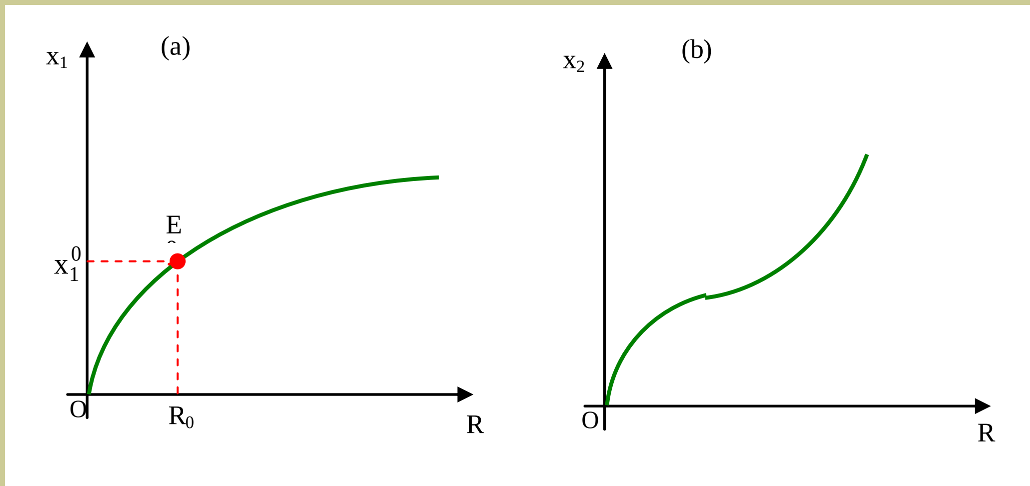


Figure 2.2 Courbes d'Engel. (a) Courbe du bien 1 (b) Courbe du bien 2

A priori on peut penser que lorsque le revenu augmente, la quantité demandée de chaque bien augmente, c'est-à-dire $\frac{\partial d_i}{\partial R} \geq 0$. Cependant, il existe des biens particuliers qui sont consommés à des niveaux faibles de revenu, et qu'on délaisse au profit d'autres biens satisfaisant les mêmes besoins, lorsque le revenu augmente.

Les biens dont la demande réagit positivement à l'augmentation du revenu sont les plus fréquents. Ils sont qualifiés pour cela de *normaux*. Les biens dont la consommation diminue avec l'augmentation du revenu sont au contraire appelés *biens inférieurs*. Il s'agit généralement de biens bon marché mais ne répondant que médiocrement aux besoins du consommateur. Leur demande décroît dès que le consommateur a les moyens de leur substituer des biens plus chers mais plus satisfaisants. Dans le groupe des produits alimentaires on peut penser que le pain est un bien inférieur qu'on remplace dès que le revenu atteint un certain niveau par des produits plus nutritifs tels que la viande, les fruits, etc. Le service de transport en commun est aussi un service inférieur.

Cependant même les biens normaux ne réagissent pas tous de la même façon aux variations du revenu.

Pour les différencier, on recourt à la notion d'élasticité de la demande par rapport au revenu ; appelée aussi *élasticité-revenu* de la demande.

2- L'élasticité-revenu de la demande

L'élasticité-revenu mesure la variation relative de la demande rapportée à la variation relative du revenu :

$$e_R = \frac{\frac{\Delta x_i}{x_i}}{\frac{\Delta R}{R}}$$

Si la variation est infinitésimale, l'élasticité s'écrit :

$$e_R = \frac{\frac{dx_i}{x_i}}{\frac{dR}{R}} = \frac{d\mathrm{Log}x_i}{d\mathrm{Log}R}$$

L'élasticité-revenu de la demande de biens inférieurs est évidemment négative alors que celle des biens normaux est positive.

Parmi les biens normaux, on distingue :

1) Les biens dont la demande augmente plus que proportionnellement que le revenu. C'est le cas des *biens de luxe*. Leur élasticité est supérieure à 1.

2) Les biens dont la demande augmente proportionnellement au revenu. Ces biens ont une élasticité-revenu unitaire.

3) Les biens dont la demande augmente moins que proportionnellement par rapport au revenu. C'est le cas des biens dits de *première nécessité*. Leur élasticité-revenu est faible (comprise entre 0 et 1)

Supposons par exemple que la courbe d'Engel d'un bien i soit représentée par la fonction :

$x_1 = \alpha R^{\beta}$

On en déduit $\text{Log } x_1 = \text{Log } \alpha + \beta \text{Log } R$

$$e_R = \frac{d\text{Log } x_i}{d\text{Log } R} = \beta$$

Cette fonction est à élasticité constante dont le degré dépend de la valeur numérique de l'exposant β.

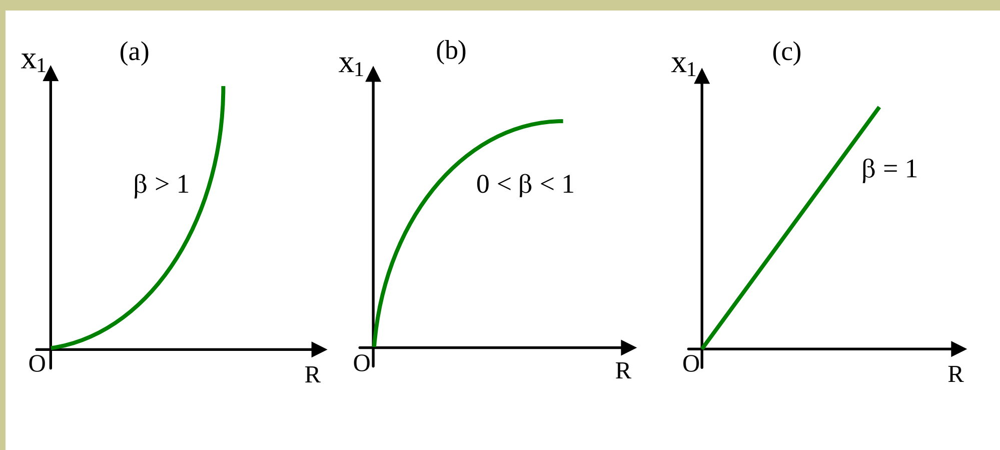


Figure 2.3 Courbe d'Engel à élasticité – revenu constante. (a) Elasticité – revenu supérieure à 1. (b) Elasticité –comprise entre 0 et 1. (c) Elasticité – revenu égale à 1.

V- L'ajustement de la demande aux variations du prix d'un seul bien

1- Les effets de la variation du prix d'un bien

Plaçons-nous dans le cas d'un panier de consommation constitué de deux biens 1 et 2. Soit (P_1^0, P_2^0) le système de prix initial.

Considérons maintenant un accroissement du prix du seul bien 1 : $P_1^1 > P_1^0$. On a déjà observé qu'à la suite de cet accroissement, la droite de budget se déplace en direction de l'origine et qu'elle devient plus raide. Ce déplacement traduit deux effets. En premier lieu le prix relatif des deux biens a changé $\frac{p_1^1}{p_2^1} > \frac{p_1^0}{p_2^0}$. La droite de budget est alors plus raide. En second lieu, l'ensemble des paniers financièrement accessibles avec le même revenu s'est rétréci. Il passe du triangle OAB au triangle OCB [*figures 2.4 et 2.5*]. Le pouvoir d'achat du revenu a donc baissé. Avec un pouvoir d'achat moindre, le consommateur ne peut garder ni le même niveau d'utilité, ni le même panier de consommation(1).

On décompose donc l'effet global d'une hausse de prix en deux effets, correspondant l'un à la variation du prix relatif, et l'autre à la baisse du pouvoir d'achat du revenu. Le premier est dit *effet de substitution* et le second est appelé *effet de revenu*.

Plus précisément, *l'effet de substitution* engendré par la variation du prix d'un bien est l'ajustement de la demande en réponse à la seule variation du prix relatif. Le terme effet de substitution reflète le fait que la hausse du prix relatif d'un bien par rapport à un autre, le rend relativement moins attrayant pour le consommateur qui est ainsi encouragé à lui substituer l'autre bien dont le prix relatif a au contraire baissé.

Quant à *l'effet revenu* engendré par la hausse du prix d'un bien, il est défini comme l'ajustement de la demande à la seule variation du pouvoir d'achat du revenu.

2- Décomposition de l'effet global de la variation du prix d'un bien en effet de substitution et effet de revenu

L'effet de substitution mesure la variation de la demande attribuée à la seule variation du prix relatif. Il exclue donc l'effet de la variation du pouvoir d'achat induit par la variation du prix d'un bien, et ce en faisant comme si le consommateur reçoit un revenu supplémentaire lui permettant de compenser la perte de pouvoir d'achat (dans le cas d'une hausse du prix). Mais alors que Hicks suppose que la perte de pouvoir d'achat est compensée lorsque le revenu compensatoire permet d'atteindre *le même niveau d'utilité* qu'auparavant, Slutsky postule que le maintien du pouvoir d'achat signifie que le revenu compensatoire permet d'atteindre *le même panier de consommation* choisi auparavant.

A – La méthode de Hicks

(1) Sauf si initialement, avant augmentation du prix du bien 1, le consommateur avait choisit le panier représenté par le point A, trouvant déjà que le prix du bien 1 étant trop élevé.

Au niveau initial des prix, le point d'équilibre est atteint au point D qui est le point de tangence entre la droite de budget AB et la courbe d'indifférence la plus éloignée possible de l'origine : C_0. [*figure 2.4*]

L'augmentation du prix du bien i de P_1^0 à P_1^1 fait changer le point d'équilibre de D à F. Dans cet exemple, l'effet global de la hausse du prix du bien i est une baisse de la demande de ce bien et une hausse de la demande du bien j.

Décomposons maintenant cet effet global en ses deux composantes : l'effet de substitution et l'effet de revenu.

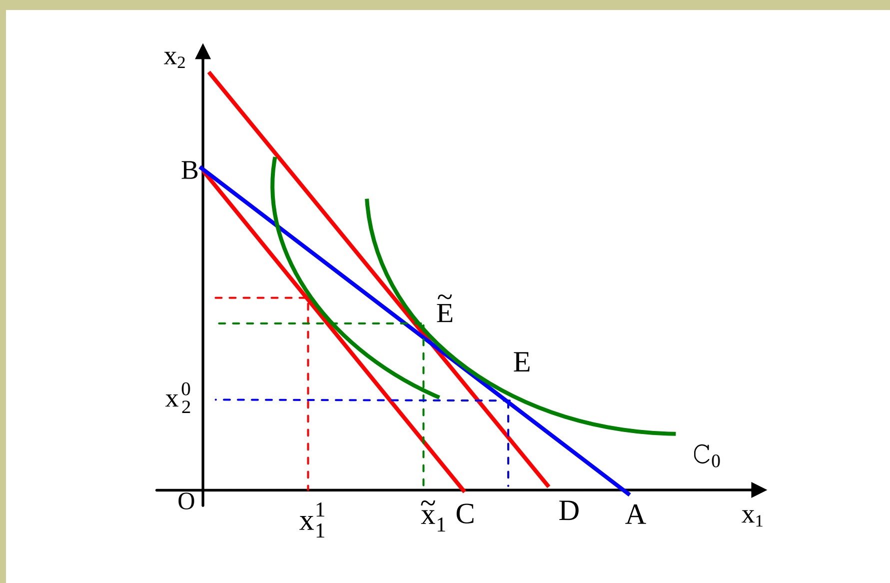


Figure 2.4 Décomposition de l'effet de la variation du prix d'un bien par la Méthode de Hicks.

Pour isoler l'effet de substitution, nous devons considérer seulement la variation du prix relatif. Nous devons donc faire comme si le pouvoir d'achat n'a pas diminué, c'est à dire comme si le consommateur a reçu un *revenu compensatoire qui lui permet d'atteindre le même niveau de satisfaction*. Nous y arrivons en cherchant le point de tangence entre la même courbe d'indifférence (niveau de satisfaction inchangé) et une droite budgétaire qui a pour pente le nouveau rapport des prix. Ce point E correspond à un équilibre virtuel que le consommateur choisirait s'il était confronté au nouveau rapport des prix et s'il recevait un revenu compensatoire qui lui permettrait de conserver le même niveau de satisfaction qu'avant augmentation des prix. Le déplacement du point D vers le point E mesure donc l'effet de substitution.

Pour mesurer l'effet de revenu, on réintroduit l'effet de diminution du pouvoir d'achat en se débarrassant de l'hypothèse d'un revenu compensatoire. La droite de budget se déplace donc vers le bas parallèlement à elle-même et le point d'équilibre se déplace de E à F.

L'effet global de la variation du prix du bien i est donc la somme algébrique de deux effets : un effet de substitution et un effet de revenu.

B – La méthode de décomposition de Slutsky

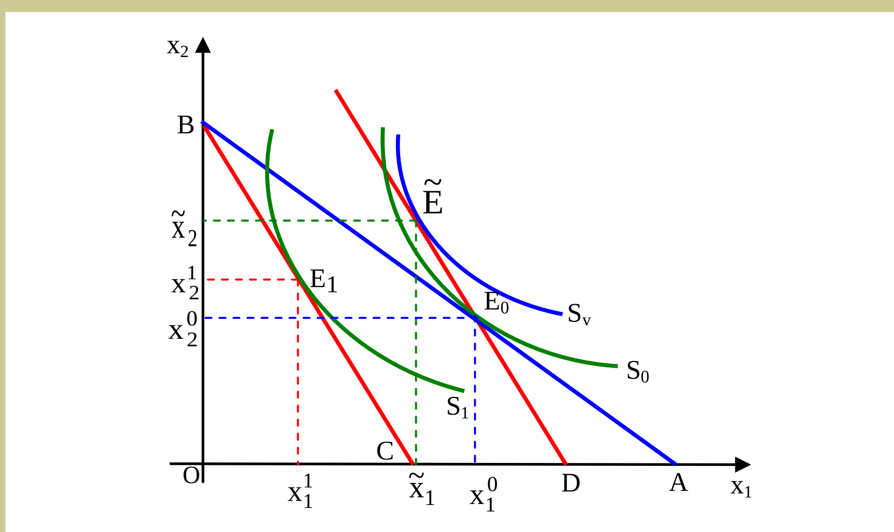


Figure 2.5 Décomposition de l'effet de la variation du prix d'un bien par la méthode de Slutsky.

Initialement avec des prix p_1 et p_2, le consommateur choisit sur la droite AB le point D qui maximise son utilité.

Quand le prix du bien 1 augmente $(P'_1 > P_1)$ la droite de budget passe à AC.

En recevant un revenu compensatoire lui permettant d'acheter le panier correspondant au point D, et faisant face aux nouveaux prix, le consommateur devra choisir un point de la droite FG dont la pente est égale en valeur absolue à $\frac{p'_1}{p_2}$ et qui passe par le point D. Le panier choisi en maximisant l'utilité est représentée par le point E.

L'effet de substitution selon Slutsky résulte du déplacement de l'équilibre de D à E. Observons qu'il implique une légère augmentation de l'utilité alors que le même effet défini par Hicks suppose la constance de l'utilité.

L'équilibre final est atteint au point H. Il est obtenu en se déplaçant du point E par « retrait » du revenu compensatoire pour un système de prix identique. Le déplacement de E à H mesure donc l'effet de revenu.

3- Calcul des effets de la variation du prix d'un bien.

Supposons que les goûts du consommateur sont représentés par la fonction $S(x_1,x_2) = x_1 \, . \, x_2$ et que les prix et le revenu initiaux sont égaux respectivement à $P_1^0 = 2$, $p_2 = 3$ et $R = 48$

Supposons ensuite que le prix du bien 1 double :

$P_1^1 = 4$, toutes choses étant égales par ailleurs.

Quels sont donc les effets d'une telle variation ?

A – Méthode de Hicks

1ère étape : Calcul de la demande correspondant aux prix initiaux.

Nous avons déjà montré que les fonctions de demande correspondant à cette spécification de la fonction de satisfaction s'écrivent :

$$x_1 = \frac{R}{2P_1}$$

et $$x_2 = \frac{R}{2P_2}$$

Il s'en suit que $x_1^0 = \dfrac{48}{4} = 12$ et $x_2^0 = \dfrac{48}{6} = 8$.

Le niveau de satisfaction atteint est alors égal à 12 . 8 = 96.

2ème étape : Calcul du revenu hypothétique (après compensation) qui donne le même niveau d'utilité avec le nouveau système de prix.
Soit $\tilde{R}$ ce revenu. $\tilde{R}$ est tel que

$S(\tilde{R}, p_1, p_2) = 96$

$$\frac{\tilde{R}}{2\,.\,4}\ \frac{\tilde{R}}{2\,.\,3} = 96 \Rightarrow$$

$$\tilde{R}^2 = 12\ .\ 8\ .\ 6\ .\ 8 = 6^2 . 8^2 . 2 \Rightarrow$$

$$\tilde{R} = 48\sqrt{2} \approx 68.$$

3ème étape : Calcul de la demande correspondant au nouveau système de prix et au revenu hypothétique (appelée *demande compensée*).

$$\tilde{x}_1 = \frac{\tilde{R}}{2p_1} = \frac{48\sqrt{2}}{2.4} = 6\sqrt{2}$$

$$\tilde{x}_2 = \frac{\tilde{R}}{2p_2} = \frac{48\sqrt{2}}{2.3} = 8\sqrt{2}$$

On vérifie que le niveau de satisfaction correspondant à ces quantités consommées des deux biens est le même qu'auparavant.
$S(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = 6.\sqrt{2}\ 8\sqrt{2} = 6\ .\ 8\ .\ 2 = 96.$

4 ème étape : Calcul de l'effet de substitution

$$\Delta x_1^S = \tilde{x}_1 - x_1^0 = 6\sqrt{2} - 12 < 0$$

$$\Delta x_2^S = \tilde{x}_2 - x_2^0 = 8\sqrt{2} - 8 > 0$$

On constate alors que l'effet de substitution se traduit par une baisse de la demande du bien dont le prix relatif a augmenté et par une augmentation de la demande du bien dont le prix relatif a baissé.

5 ème étape : Calcul de la demande correspondant au nouveau système de prix et sans compensation de revenu.

$$x_1^1 = \frac{R}{2p_1} = \frac{48}{8} = 6$$

$$x_2^1 = \frac{R}{2p_2} = \frac{48}{6} = 8$$

On vérifie que la satisfaction atteinte après augmentation du prix est inférieure à ce qu'elle était auparavant :

$$S(x_1^1, x_2^1) = 6.8 = 48 < 96$$

6 ème étape : calcul de l'effet-revenu.

$$\Delta x_1^R = x_1^1 - \tilde{x}_1 = 6 - 6\sqrt{2} < 0$$

$$\Delta x_2^R = x_2^1 - \tilde{x}_2 = 8 - 8\sqrt{2} < 0$$

7ème étape : Calcul de l'effet total

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^S + \Delta x_1^R = 6\sqrt{2} - 12 + 6 - 6\sqrt{2} = -6$$

$$\Delta x_2 = \Delta x_2^S + \Delta x_2^R = 8\sqrt{2} - 8 + 8 - 8\sqrt{2} = 0$$

Nous observons sur cet exemple, qu'au total l'augmentation du prix relatif du bien i s'est traduite par une baisse nette de la demande du bien i et par une invariance de la demande du bien j.

B - la méthode de Slutsky

1 – L'équilibre initial est représenté par $x_1^0 = 12$; $x_2^0 = 8$

2 – Revenu permettant d'atteindre le même panier :

$$4 \,.\, 12 + 3 \,.\, 8 = R' = 72$$

3 – Coordonnées du point E :

$$\tilde{x}_1 = \frac{72}{8} = 9$$

$$\tilde{x}_2 = \frac{72}{6} = 12$$

Vérifions que le niveau d'utilité a augmenté

$$S(x_1^0, x_2^0) = 96$$

$$S(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) = 12 * 9 = 108$$

4 – Effet de substitution

$$\Delta x_1^S = \tilde{x}_1 - x_1^0 = 9 - 12 = -3$$

$$\Delta x_2^S = \tilde{x}_2 - x_2^0 = 12 - 8 = 4$$

5 – Equilibre final

$$x_1^1 = 6 \qquad ; \qquad x_2^1 = 8$$

6 – Effet de revenu

$$\Delta x_1^R = 6 - 9 = -3$$

$$\Delta x_2^R = 8 - 12 = -4$$

7 – Effet total

$$\Delta x_1 = -6$$

$$\Delta x_2 = 0$$

4- Sens de variation de la demande due à l'augmentation du prix d'un bien

Montrons d'abord que l'effet de substitution se traduit par une variation de la demande de sens inverse par rapport à la variation du prix relatif : Une baisse de la demande du bien dont le prix relatif augmente et une hausse de la demande du bien dont le prix relatif diminue.

En effet lorsqu'on se déplace du point D correspondant à l'équilibre initial au point E correspondant à une hausse du prix relatif du bien 1 et une compensation de revenu laissant le consommateur sur la même courbe d'indifférence, le taux marginal de substitution du bien 2 au bien 1 augmente[1] :

$$TMS_{2/1}(D) = \frac{p_1^0}{p_2^0}$$

$$TMS_{2/1}(E) = \frac{p_1^1}{p_2^1} > \frac{p_1^0}{p_2^0} = TMS_{2/1}(D)$$

Comme le taux marginal de substitution est décroissant, on en déduit une baisse de la quantité demandée du bien 1.

$$\tilde{x}_1 < x_1^0$$

Pour que la satisfaction ne diminue pas, il faut donc compenser cette baisse par une augmentation de la quantité consommée de l'autre bien.

$$\tilde{x}_2 > x_2^0$$

Qu'en est-il maintenant de l'effet de revenu ?

L'effet de revenu engendré par la hausse du prix du bien i est représenté graphiquement par le déplacement du point E vers le point F. Ce déplacement correspond au maintien du prix relatif et à une diminution du revenu. Il s'analyse donc comme l'effet d'une variation du revenu. Or nous avons déjà expliqué que pour les biens normaux, la demande varie dans le même sens que le revenu alors que pour les biens inférieurs, elle varie dans le sens inverse.

Comme l'effet de revenu dû à une augmentation de p_1 est lié à une baisse du revenu, il est donc négatif pour les biens normaux et positif pour les biens inférieurs.

Pour récapituler, on distinguera trois cas :

1- Si le bien dont le prix a augmenté est un bien normal, l'effet de substitution comme l'effet de revenu sont tous deux négatifs. La demande diminue.

2- Si le bien est inférieur, l'effet de substitution est toujours négatif mais l'effet de revenu est positif. Empiriquement on a vérifié que le plus souvent l'effet de

---

[1] La démonstration est fondée sur la méthode de Hicks. Le lecteur peut vérifier aisément qu'elle reste valable en utilisant la méthode de Slutsky.

substitution l'emporte sur l'effet de revenu et que l'effet global est négatif. La demande de la plupart des biens inférieurs diminue lorsque leur prix augmente. Ces biens sont souvent appelés des biens *typiques*.

3- Théoriquement, il peut arriver que l'effet de revenu soit tellement fort qu'il l'emporte sur l'effet de substitution. Ces biens sont appelés *biens Giffen*, du nom d'un économiste du XIX[e] siècle qui pensait que plus le prix du pain est élevé, plus on en consomme.

VI- L'élasticité-prix de la demande

1 – L'élasticité-prix directe

A - Définition

L'élasticité-prix directe de la demande mesure la variation relative de la demande d'un bien due à la variation relative de *son* prix.

$$e_1 = \frac{\Delta x_1/x_1}{\Delta p_1/p_1}$$

Dans le cas d'une variation infinitésimale du prix, la formule de l'élasticité devient :

$$e_1 = \frac{dx_1/x_1}{dp_1/p_1} = \frac{dLog x_1}{dLog p_1}$$

B - Les différents cas d'élasticité - prix directe

L'élasticité - prix de la demande est négative pour tous les biens, à l'exception des biens Giffen.

Lorsque la demande répond plus que proportionnellement à la variation du prix, on dit qu'elle est *élastique*. ($| e_1 | > 1$). A la limite, la demande devient tellement sensible, qu'une toute petite variation du prix engendre une variation infinie de la demande. Celle-ci est alors dite *parfaitement élastique*.

La demande est *inélastique* lorsqu'elle varie moins que proportionnellement que le prix. ($| e_1 | < 1$). A la limite la quantité demandée devient insensible à toute variation de prix. Le consommateur demande la même quantité, que le prix augmente ou diminue. ($e_1 = 0$).
La demande est alors dite *parfaitement inélastique*.

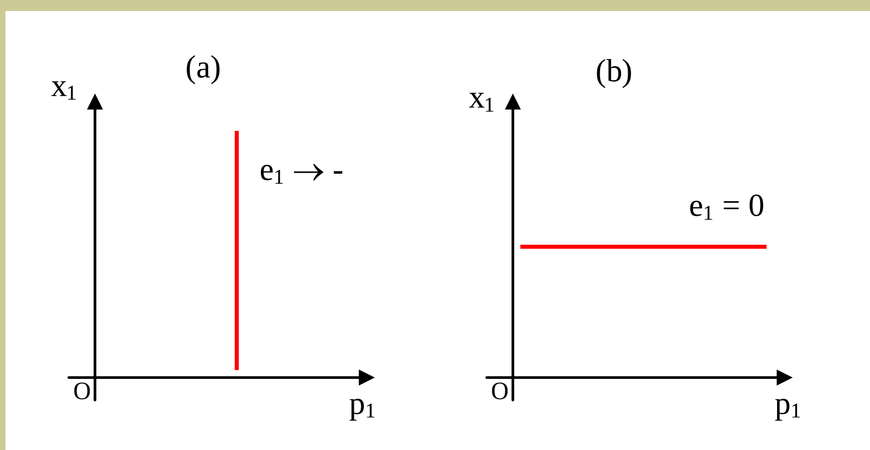


Figure 2.6 Elasticité - prix de la demande. (a) Demande parfaitement élastique. (b) Demande parfaitement inélastique.

C- Variabilité de l'élasticité - prix directe

La demande d'un bien n'est pas nécessairement élastique ou inélastique sur tout l'intervalle des prix possibles. Lorsque c'est le cas on parle de courbe de demande à élasticité constante.

$$x_1 = \alpha P_1^{\beta} \qquad \alpha > 0$$

On démontre aisément que le coefficient β est égal à l'élasticité-prix e_1.
Si $| \beta | < 1$ la demande est inélastique
Si $| \beta | > 1$ la demande est élastique

Si $\beta = -1$ la demande est à élasticité unitaire

Par contre si la courbe de demande est une droite, l'élasticité-prix est variable.

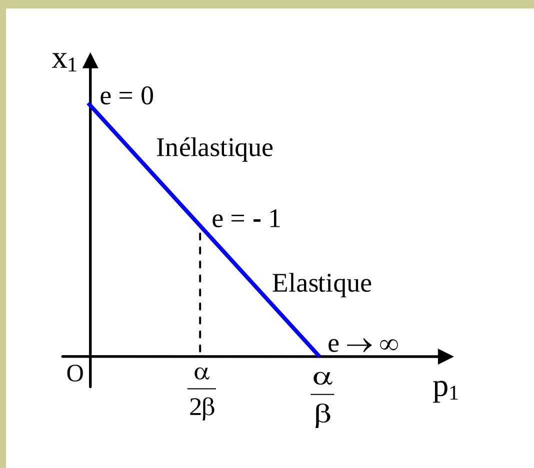


Figure 2.7 Elasticité le long d'une droite demande.

Soit $x_1 = \alpha - \beta p_1$ l'équation d'une courbe de demande linéaire,

avec $\alpha > 0$, $\beta > 0$ et $0 < p_1 < \dfrac{\alpha}{\beta}$

$$e_1 = \frac{dx_1/x_1}{dp_1/p_1} = \frac{dx_1}{dp_1} \cdot \frac{p_1}{x_1} = \frac{\beta p_1}{\alpha \quad \beta p_1}$$

$e_1 = -1 \Rightarrow \beta p_1 = \alpha - \beta p_1 \Rightarrow p_1 = \dfrac{\alpha}{2\beta}$

Si $p_1 \rightarrow \dfrac{\alpha}{\beta} \Rightarrow e_1 \rightarrow -\infty$

$p_1 = 0 \Rightarrow e_1 = 0.$

$$\frac{d|e_1|}{dp_1} = \frac{\beta(\alpha \quad \beta p_1) + \beta^2 p_1}{(\alpha \quad \beta p_1)^2} > 0$$

L'élasticité-prix d'une demande linéaire croît en valeur absolue. La demande est inélastique d'abord, unitaire ensuite et élastique enfin.

2 – L'élasticité-prix croisée

L’élasticité-prix croisée de la demande d’un bien 1 par rapport au prix d’un bien 2, notée $e_{1/2}$, est le rapport de la variation relative de la demande du bien 1 à la variation relative du prix du bien 2.

Lorsque la variation est quelconque, l'élasticité est mesurée par le rapport $\frac{\Delta x_1/x_1}{\Delta p_2/p_2}$.

Lorsque la variation du prix est infiniment petite, l'élasticité est mesurée par le rapport $\frac{\partial x_1/x_1}{\partial p_2/p_2}=\frac{\partial x_1/\partial p_2}{x_1/p_2}=\frac{\partial Log x_1}{\partial Log p_2}$.

3 – Relation entre les différentes élasticités de la demande

Nous avons déjà démontré, que l'absence d'illusion monétaire du consommateur implique que les fonctions de demande sont homogènes de degré zéro par rapport aux prix et au revenu.

En appliquant le théorème d'Euler à la fonction de demande du bien i:

$$x_i = d_i\,(p_1, \ldots\ldots, p_n\,;\, R)$$

On peut écrire :

$$\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial d_i}{\partial p_j} + R\frac{\partial d_i}{\partial R} = 0$$

Ou encore :

$$p_i\,\frac{\partial d_i}{\partial p_i} + \sum_{j\neq i=1}^{n} p_j \frac{\partial d_i}{\partial p_j} + R\frac{\partial d_i}{\partial R} = 0$$

En divisant les deux membres de l'égalité par x_i on obtient :

$$\frac{p_i}{x_i}\frac{\partial d_i}{\partial p_i} + \sum_{j\neq i}\frac{p_j}{x_i}\frac{\partial d_i}{\partial p_j} + \frac{R}{x_i}\frac{\partial d_i}{\partial R} = 0$$

Ce qui s'écrit :

$$e_i + \sum_{j\neq i} e_{i/j} + e_R = 0$$

La somme de toutes les élasticités d'une fonction de demande est nulle.

VII- Relations croisées de la demande

Dans un monde à deux biens, l'effet de substitution joue toujours dans le sens d'une baisse de la demande du bien dont le prix a augmenté et d'une augmentation de la demande de l'autre bien.

Lorsqu'on passe au cas général où il existe plusieurs biens, l'effet de substitution entraîne toujours une baisse de la demande du bien dont le prix a augmenté mais il n'est pas nécessaire que la demande de tous les autres biens augmente. Il faut seulement que la demande d'au moins un bien augmente. D'une manière générale la réponse de la demande d'un bien à la variation du prix d'un autre bien dépend de la nature de la relation qui existe entre les deux. Par exemple le thé et le sucre sont généralement consommés ensemble. On doit donc s'attendre à ce qu'une augmentation du prix du thé diminue à la fois la demande de thé et celle du sucre. De tels biens sont dits *complémentaires*. Par contre si le prix du thé augmente alors que celui du café ne change pas, on doit s'attendre à ce qu'une partie des consommateurs se tournent maintenant vers le café. Le café et le thé sont alors des substituts. Il existe bien sûr d'autres biens qui ne satisfont pas le même besoin que le thé ou le café et qui ne sont guère affectés par la variation du prix du thé. Le thé et cette catégorie de biens forment alors des biens *indépendants*.

On distingue deux types de substituabilité / complémentarité : la substituabilité / complémentarité *nette* et la substituabilité / complémentarité *brute*.

1 – La substituabilité nette

A - Définition

Un bien i est un *substitut net* d'un bien j, si la demande compensée (à utilité constante) de i augmente lorsque le prix de j augmente et diminue lorsque le prix diminue :

$$\left.\frac{\partial x_i}{\partial p_j}\right|_{S=cte} > 0 \qquad \forall\ i \neq j$$

B - Propriétés

a – Si un bien i est un substitut net d'un bien j, alors j est aussi un substitut net de i. On dit alors que les deux biens i et j sont des substituts nets.

Démonstration[1]

[1] La démonstration se place dans le cadre simplifié d'un monde à deux biens ;elle reste néanmoins un peu compliquée pour des étudiants de première année et peut être sautée dans une première lecture.

Pour démontrer cette proposition, nous avons besoin d'écrire les variations des quantités consommées à l'équilibre, en fonction des variations des prix, le revenu étant compensé de manière à garder le même niveau d'utilité. Soit $d\tilde{x}_1$ et $d\tilde{x}_2$ les différentielles des demandes compensées. Elles vérifient alors la condition
$S'_1 d\tilde{x}_1 + S'_2 d\tilde{x}_2 = 0$

ou encore, en se rappelant les conditions d'équilibre : $\lambda p_1 d\tilde{x}_1 + \lambda p_2 d\tilde{x}_2 = 0$ (1).

Ecrivons maintenant la différentielle totale de la condition d'équilibre :
$\frac{S'_1}{p_1} = \frac{S'_2}{p_2} \Leftrightarrow P_2 S'_1 - P_1 S'_2 = 0$

Nous obtenons :
$$P_2 S''_{11} dx_1 + P_2 S''_{12} dx_2 + S'_1 dP_2 - P_1 S''_{21} dx_1 - P_1 S''_{22} dx_2 - S'_2 dP_1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(P_2 S''_{11} - P_1 S''_{21}) dx_1 + (P_2 S''_{12} - P_1 S''_{22}) dx_2 = S'_2 dP_1 - S'_1 dP_2 \qquad (2)$$

Pour tenir compte de la compensation du revenu, on réintroduit (1) dans l'équation (2), tout en remplaçant dx_1 et dx_2 par $d\tilde{x}_1$ et $d\tilde{x}_2$. On obtient alors :

$$(P_2 S''_{11} - P_1 S''_{21}) d\tilde{x}_1 - \frac{P_1}{P_2}(P_2 S''_{12} - P_1 S''_{22}) d\tilde{x}_1 = S'_2 dP_1 - S'_1 dp_2 \Leftrightarrow$$

$$(p_2 S''_{11} - p_1 S''_{21} - p_1 S''_{12} + \frac{p_1^2}{p_2} S''_{22}) d\tilde{x}_1 = S'_2 dp_1 - S'_1 dp_2 \Leftrightarrow$$

$$(P_2^2 S''_{11} - 2P_1 P_2 S''_{12} + P_1^2 S''_{22}) d\tilde{x}_1 = P_2 S'_2 dp_1 - P_2 S'_1 dP_2 \Leftrightarrow$$

$$(P_2^2 S''_{11} - 2P_1 P_2 S''_{12} + P_1^2 S''_{22}) d\tilde{x}_1 = \lambda P_2^2 dP_1 - \lambda P_1 P_2 dP_2 \Leftrightarrow$$

$$d\tilde{x}_1 = \frac{1}{\Delta}(\lambda P_2^2 dP_1 - \lambda P_1 P_2 dP_2) \qquad (3)$$

avec $\Delta = P_2^2 S''_{11} - 2P_1 P_2 S''_{12} + P_1^2 S''_{22}$

On en déduit :

$$d\tilde{x}_2 = -\frac{P_1}{P_2}d\tilde{x}_1 = \frac{1}{\Delta}(\lambda P_1 P_2 dP_1 + \lambda P_1^2 dP_2) \qquad (4)$$

Il s'en suit que $\frac{\partial \tilde{x}_1}{\partial P_2} = \frac{\lambda P_1 P_2}{\Delta}$ et $\frac{\partial \tilde{x}_2}{\partial P_1} = \frac{\lambda P_1 P_2}{\Delta}$

Ce qui montre bien que si un bien est un substitut net de l'autre, celui-ci est aussi un substitut net du premier.

b – Si la demande compensée d'un bien varie en sens inverse avec le prix d'un autre bien, les deux biens sont dits *complémentaires nets*.

c – Si la demande compensée d'un bien ne varie pas avec le prix d'un autre bien, ils sont dits *indépendants nets*.

2 – La substituabilité brute

La substituabilité brute, comme la substituabilité nette, est basée sur la réponse de la demande d'un bien à la variation du prix d'un autre bien. Mais alors que la substituabilité nette ne tient compte que de l'effet de substitution, la substituabilité brute tient compte de l'effet global, c'est à dire de la somme de l'effet de substitution et de l'effet de revenu.

A - Définition

Un bien i est un *substitut brut* d'un bien j lorsque la demande du bien i augmente (diminue) avec l'augmentation (diminution) du prix du bien j. Il est au contraire un *complément brut* du bien j, si la demande du bien i varie en sens inverse du prix du bien j.

La substituabilité brute d'un bien i par rapport à un bien j est souvent identifiée, en observant l'élasticité-prix croisée de la demande du bien i par rapport au prix de j.

Le bien i est un substitut brut de j si $e_{i/j}$ est positif. Il est un complément brut si $e_{i/j}$ est négatif. Enfin, il est indépendant brut de j si $e_{i/j}$ est nulle.

B - Propriétés

a – Contrairement à la substituabilité nette, la substituabilité brute n'est pas une notion symétrique : un bien i peut être un substitut brut d'un bien j, alors que j est un complément brut ou même indépendant brut de i.

Soient en effet deux biens normaux. Les effets-revenu de la variation du prix d'un bien sur la demande de l'autre sont donc négatifs : $\frac{\partial x_i^R}{\partial p_j} \leq 0$ *et* $\frac{\partial x_j^R}{\partial p_i} \leq 0$.

D'autre part, nous avons $\frac{\partial x_i}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i^S}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i^R}{\partial p_j}$ (5)

Supposons que le bien i soit un *substitut brut* du bien j : $\frac{\partial x_i}{\partial p_j} > 0$. Il en découle : $\frac{\partial x_i^S}{\partial p_j} > 0$ et donc $\frac{\partial x_j^S}{\partial p_i} > 0$. $\frac{\partial x_j}{\partial p_i}$ est alors la somme d'un terme positif et d'un terme négatif. Il peut donc être positif, négatif ou nul. Le bien j peut alors être un substitut brut, un complément brut ou indépendant brut du bien i.

b – Deux biens normaux, qui sont des compléments nets, sont des compléments bruts réciproques.

c – Deux biens normaux, indépendants nets, ne peuvent être des substituts bruts l'un de l'autre. Ils peuvent être soit des compléments bruts réciproques, soit des indépendants bruts réciproques, soit l'un complément brut et l'autre indépendant brut.

d – Deux biens normaux, qui sont des substituts bruts réciproques, sont des substituts nets.

e – Si un bien est indépendant brut d'un autre, les deux biens ne peuvent être des compléments nets.

La démonstration des quatre dernières propositions peut s'effectuer aisément, en appliquant la relation (5) ci-dessus.

Deuxième Partie : Comportement du producteur

L'activité de production consiste à transformer des biens et services en d'autres biens et services. Elle a lieu au sein d'entreprises prenant des formes juridiques diverses : petite entreprise individuelle ou familiale, société de personnes, société anonyme, etc.

Les biens et services transformés s'appellent *facteurs de production*, *inputs* ou *intrants*. Les biens qui résultent de la transformation des inputs sont appelés *outputs* ou *produits*.

Les facteurs de production incluent :

- Le travail qu'on peut traiter comme un seul agrégat ou au contraire le décomposer en autant de facteurs que de degrés de qualification ou de spécialisations.
- Les biens qui ne sont pas totalement consommés durant l'opération de transformation : terre, machines, immeubles, etc. Ces biens sont souvent regroupés sous la désignation de « stock de capital ».
- Les biens intégralement consommés lors de la transformation, tels que le coke consommé pour produire la fonte, l'acier consommé pour produire des ustensiles de cuisine et le gaz consommé pour produire l'électricité. Ces fournitures sont appelées *consommations intermédiaires*.

L'output peut être un produit unique, des produits joints (gaz associé au pétrole) ou des produits multiples. Dans la suite, nous nous en tenons au cas simple où des inputs repérés par un indice i = 1,....,n. sont utilisés en quantités $x_1,....,x_n$ pour produire un seul bien en quantité y.

Le modèle des choix de l'entreprise

L'entreprise doit décider de la quantité qu'elle voudrait produire et de la meilleure combinaison des facteurs qui lui permet d'atteindre le niveau désiré de production.

En ce faisant, l'entreprise obéit à une certaine rationalité. L'entreprise est supposée poursuivre un objectif de maximisation de son profit sous un certain nombre de contraintes, exprimant à la fois le cadre institutionnel dans lequel elle prend ses décisions et les techniques disponibles qui permettent de combiner les facteurs de production selon des procédés déterminés. En d'autres termes, avec des quantités données des différents facteurs de production l'entreprise ne peut dépasser, en utilisant les techniques disponibles, une quantité maximale du produit.

Si la contrainte institutionnelle est exprimée par l'impossibilité de l'entreprise d'agir sur le prix de l'output et les prix des inputs[2], le modèle des choix du producteur s'écrit :

$$\text{Max } \pi(p;\, c_1, \ldots\ldots, c_n;\, y;\, x_1, \ldots\ldots, x_n)$$

sous la contrainte

$$y \leq f(x_1, \ldots, x_n)$$

où **p** est le prix d'une unité de l'output, $\mathbf{c_i}$ est le prix unitaire du facteur i, $\mathbf{x_i}$ est la quantité utilisée du facteur i, et **y** la quantité produite.

Nous allons porter notre attention d'abord sur la contrainte technologique et spécifier les relations qui existent entre les inputs et l'output. Nous étudions ensuite en deux étapes comment l'entreprise prend ses décisions de production et d'utilisation des facteurs : Dans une première étape nous nous intéressons au choix optimal des facteurs pour un niveau donné de l'output. Dans la deuxième étape nous étudions comment se détermine le niveau de la production.

[2] Hypothèse de marchés concurrentiels.

Chapitre III : Ensembles et Fonctions de Production

I- Représentation des exigences techniques de la production

Le producteur est limité par l'état des techniques disponibles. Avec des quantités données des facteurs $(x_1,.....,x_1,.....,x_n)$ il ne peut obtenir plus d'une certaine quantité d'output : y.

Cette contrainte technologique peut être représentée par l'exigence que le vecteur $(x_1,..., x_{n\,;}\, y)$ doit appartenir à un sous-ensemble de $\mathbb{R}_+^{n+1}$:

$$z = (x_1, ..., x_{n\,;}\, y) \in Z \subset \mathbb{R}_+^{n+1}$$

Alternativement on peut associer à tout complexe d'intrants $(x_1,.....,x_n)$ la quantité maximale d'output y par une transformation f. L'ensemble des productions techniquement possibles est alors représenté par :

$$y \leq f(x_1, ..., x_n)$$

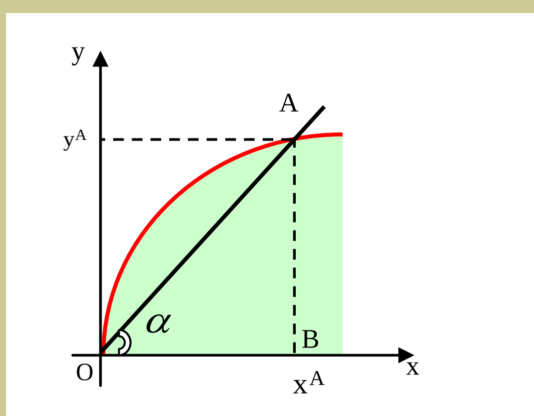


Figure 3.1 Fonction et ensemble de production dans le cas d'un seul facteur

Les points situés sur la frontière des possibilités de production correspondent à des productions *techniquement efficaces*. L'efficacité technique signifie qu'il est impossible d'obtenir plus d'output avec les mêmes quantités d'inputs ou le même output avec moins d'inputs.

La fonction f qui définit la frontière de l'ensemble de production est appelée *fonction de production*.

Notons qu'il est parfois nécessaire d'ajouter des restrictions supplémentaires pour représenter la contrainte technologique. Par exemple un input ne peut être utilisé au-delà d'un certain plafond : $x_i \leq \bar{x}_i$. Bien sûr toutes les variables sont aussi soumises à la contrainte de non-négativité : $x_i \geq 0$ et $y \geq 0$.

II- Caractérisation des fonctions de production

1- Productivité moyenne d'un facteur

La productivité moyenne d'un facteur est le rapport entre la quantité d'output et la quantité du facteur qui a servi à la produire.

- Si la fonction de production est à un seul facteur y = f(x), la productivité moyenne de ce facteur s'écrit : $PM = \bar{y} = \dfrac{f(x)}{x}$
- Si la fonction de production est à plus d'un facteur, deux par exemple, la productivité moyenne d'un facteur est définie en fixant l'autre ou les autres facteurs :

$$PM_1 = \frac{f(x_1, \bar{x}_2) - f(0, \bar{x}_2)}{x_1}$$

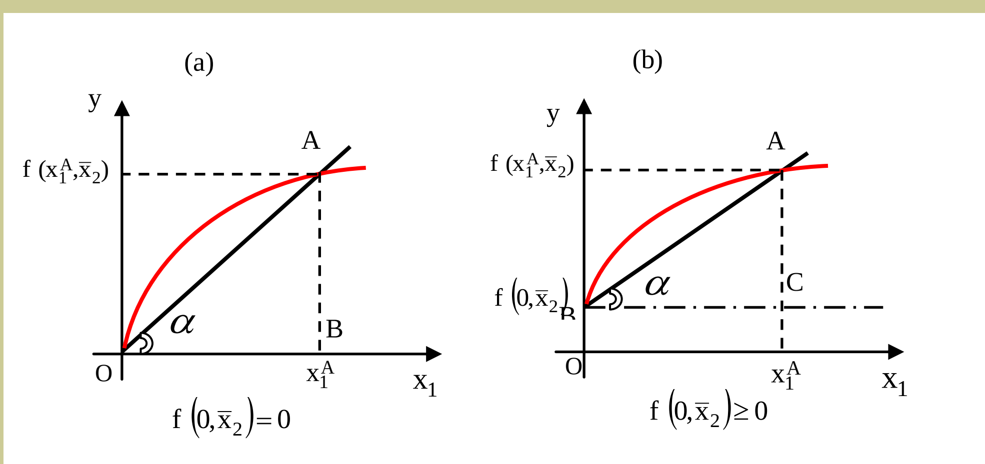


Figure 3.2 Productivité moyenne d'un facteur de production. (a) Le facteur est unique ou indispensable. (b) Le facteur n'est pas indispensable.

La productivité moyenne en un point de la fonction de production est représentée géométriquement par la pente de la droite qui lie ce point à celui correspondant à la non utilisation de ce facteur de production.

Lorsque la fonction de production est concave, la productivité moyenne est décroissante. Au contraire si la fonction de production est convexe, la productivité moyenne est croissante.

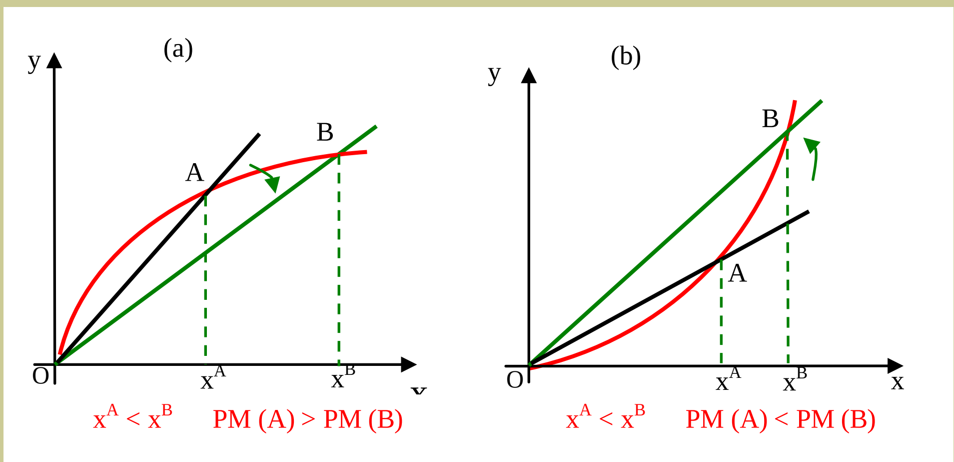


Figure 3.3 Convexité et productivité moyenne. (a) Fonction de production concave ⇒ productivité moyenne décroissante. (b) Fonction de production convexe ⇒ productivité moyenne croissante.

2- Productivité marginale

La productivité marginale d'un facteur est le supplément d'output entraîné par une unité supplémentaire de ce facteur.

- Dans le cas d'une fonction de production à un seul facteur, la productivité marginale est mesurée par le rapport $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$. En notation continue, la productivité marginale mesure l'accroissement de la production entraîné par un accroissement infinitésimal du facteur de production, c'est à dire la dérivée de la fonction de production :

$$Pm = y' = \frac{df(x)}{dx}$$

- Dans le cas de plusieurs facteurs, la productivité marginale du facteur i est égale à la dérivée partielle de la fonction de production par rapport au facteur i :

$$Pm_i = f_i' = \frac{\partial f(x_1^*, \ldots\ldots x_i^*, \ldots\ldots x_n^*)}{\partial x_i^*}$$

Géométriquement la productivité marginale en un point est la pente de la tangente à la courbe représentative de la fonction de production en ce point.

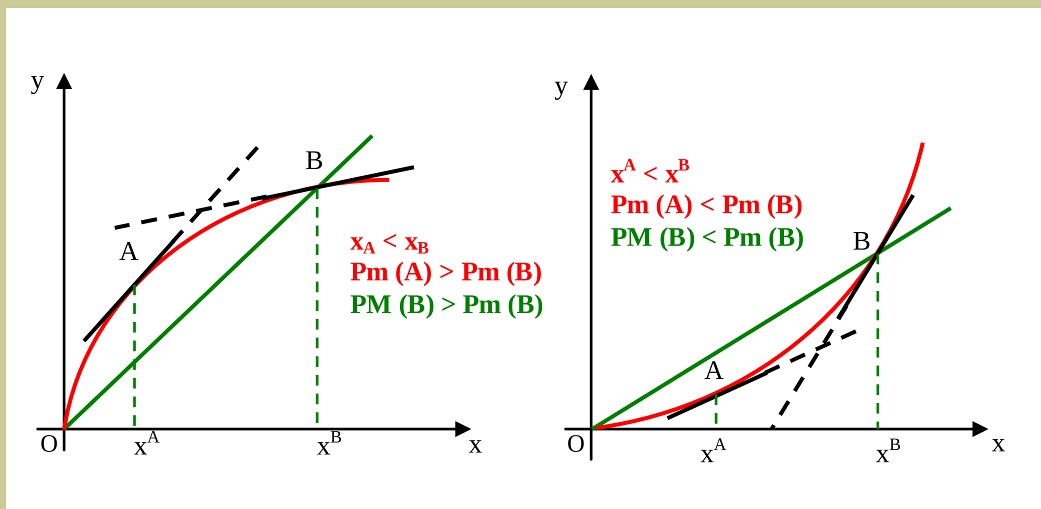


Figure 3.4 Convexité, productivités moyenne et marginale. (a) Fonction de production concave. (b) Fonction de production convexe.

La concavité de la fonction de production implique la décroissance de la productivité marginale, et la productivité moyenne est en tout point supérieure à la productivité marginale.

La convexité de la fonction de production a des implications contraires.

3- Isoquantes

Nous allons supposer, pour simplifier, que la production résulte de la combinaison de deux facteurs :

$$y=f(x_1, x_2)$$

Une isoquante (ou un isoquant) est le lieu géométrique de toutes les combinaisons de facteurs correspondant à un même niveau d'output.

La forme de l'isoquante dépend des caractéristiques de la technique de production utilisée. On distingue deux cas :

a) Les techniques de production à *proportionnalités fixes* : Pour produire une unité d'output il faut au moins "a" unités du premier facteur et "b" unités du second.

La fonction de production correspondant à de telles techniques [*figure 3.5-a*] est donnée par :

$$y = \text{Min}\left[\frac{x_1}{a}, \frac{x_2}{b}\right]$$

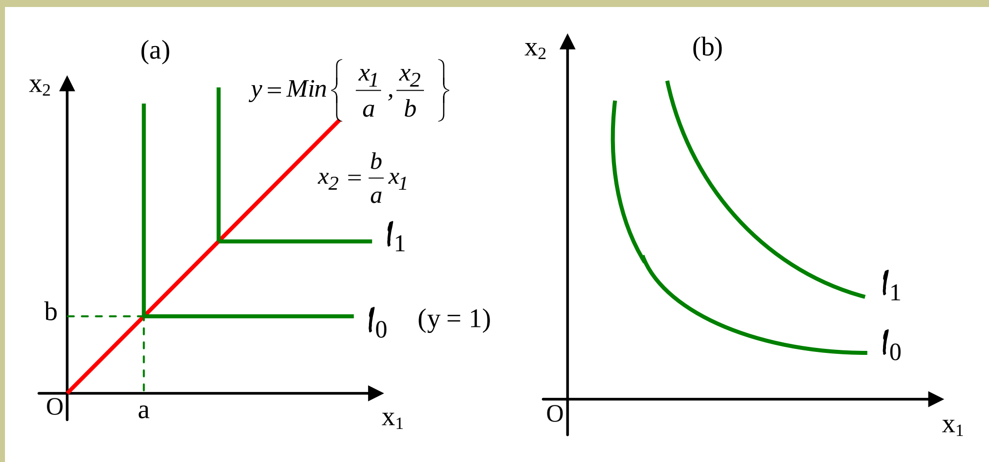


Figure 3.5 Isoquantes. (a) Fonction de production à facteurs complémentaires. (b) Fonction de production à facteurs substituables.

Cette spécification de la fonction de production signifie que si on ne dispose que de "a" unités du premier facteur on ne produirait qu'une unité de l'output même si le deuxième facteur est disponible en quantité illimitée. Il n'y a donc pas de substitution entre les facteurs de production qui sont ainsi appelés *complémentaires.*

b) Les techniques de production qui permettent de compenser la diminution d'un facteur par l'augmentation d'un autre, pour obtenir le même niveau de production. La fonction de production est dans ce cas dite à *facteurs substituables*. L'isoquante est alors représentée par une courbe continue.

Les facteurs de production étant substituables, on peut définir *un taux marginal de substitution* des facteurs. Plus précisément, on définit le taux marginal de substitution du facteur 2 au facteur 1 comme l'accroissement nécessaire du facteur 2 pour compenser une diminution infinitésimale du facteur 1 en vue d'assurer le même niveau de production.

$TMS_{2/1} = \dfrac{dx_2}{-dx_1}$ de sorte que dy = 0.

Géométriquement le taux marginal de substitution en un point M de coordonnées (x_1, x_2) est la valeur absolue de la pente de la tangente à l'isoquante passant par le point M. [*figure 3.5-b*]

Le taux marginal de substitution des facteurs est similaire au taux marginal de substitution entre biens de consommation. Pour les distinguer, on parle parfois de taux marginal de substitution *subjectif* et de taux marginal de substitution *technique* pour qualifier successivement la substitution entre produits de consommation et entre facteurs de production. Mais lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté, il suffit de parler de taux marginal de substitution, le contexte permettant de saisir s'il s'agit d'un taux subjectif ou d'un taux technique.

Le taux marginal de substitution du facteur 2 au facteur 1 est positif.

Le TMS du facteur 2 au facteur 1 est égal au rapport des productivités marginales du facteur 1 au facteur 2. En effet, le TMS correspondant à un déplacement le long d'une isoquante, on peut écrire que les variations des facteurs dx_1 et dx_2 sont telles que la variation du produit $dy = 0$.

$$dy = f'_1\, dx_1 + f'_2\, dx_2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dx_2}{-dx_1} = \frac{f'_1}{f'_2}$$

Quelle est la forme des isoquantes ? Tout dépend de la fonction de production. Si celle-ci est concave ou quasi concave, les isoquantes tournent leur concavité vers le haut (ou leur convexité vers l'origine) et le TMS est décroissant. C'est le cas de la figure ci-haut.

4- Elasticités :

On distingue deux types d'élasticité : une élasticité de la production par rapport à un facteur de production et une élasticité de substitution entre facteurs pour une production donnée.

a- On définit l'élasticité de la production par rapport à un facteur i comme la variation relative de la quantité produite rapportée à la variation relative du facteur, tous les autres facteurs étant constants.

Pour une variation quelconque du facteur de production, l'élasticité est donnée par la formule :

$$e_i = \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x_i}{x_i}}$$

Quand la variation est infinitésimale, la formule devient :

$$e_i = \frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dx_i}{x_i}} = \frac{d\,\mathrm{Log}\,y}{d\,\mathrm{Log}\,x_i}$$

b- On définit l'élasticité de substitution du facteur j au facteur i comme l'inverse de l'élasticité du taux marginal de substitution de j à i par rapport à $\frac{x_j}{x_i}$.

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{d\,\mathrm{Log}\,(f'_i\ /\ f'_j)}{d\,\mathrm{Log}\,(x_j\ /\ x_i)} \Rightarrow \sigma = \frac{d\,\mathrm{Log}(x_j\ /\ x_i)}{d\,\mathrm{Log}(f'_i\ /\ f'_j)}$$

$$\sigma = \frac{d(x_j / x_i)}{d(f'_i / f'_j)} \cdot \frac{f'_i / f'_j}{x_j / x_i}.$$

5- Rendements d'échelle

Jusqu'ici, nous nous sommes intéressés à la sensibilité de la production à une variation de la quantité utilisée d'un facteur, quand tous les autres facteurs sont maintenus constants. On peut cependant être intéressé par les conséquences d'une variation simultanée de tous les facteurs. Par exemple, on peut s'interroger sur ce qu'adviendra de la production d'une usine de chaussures si on double les machines, le cuir, les bâtiments, la main-d'œuvre et tous les autres inputs ? Une telle question se réfère aux rendements d'échelle, c'est à dire aux conséquences de la variation de l'échelle de production. Les rendements d'échelle ont donc trait à la sensibilité de la production à une variation proportionnelle de tous les facteurs.

Formellement il est possible d'identifier les situations suivantes de rendements d'échelle :

- Les rendements d'échelle *constants* : une augmentation proportionnelle de tous les facteurs entraîne une augmentation du produit dans les mêmes proportions :
  $f(\lambda x_1, \ldots, \lambda x_n) = \lambda f(x_1, \ldots, x_n)$ pour $\lambda > 1$
  La fonction de production est dans ce cas homogène de degré 1.

- Les rendements d'échelle *décroissants* :
  $f(\lambda x_1,\ldots, \lambda x_n) < \lambda f(x_1,\ldots,x_n)$ pour $\lambda > 1$
  Si la fonction de production est homogène, son degré serait < 1

- Les rendements d'échelle *non-croissants* :
  $f(\lambda x_1,\ldots, \lambda x_n) \leq \lambda f(x_1,\ldots,x_n)$ pour $\lambda > 1$
  Si la fonction de production est homogène, son degré serait ≤ 1

- Les rendements d'échelle *croissants* :
  $f(\lambda x_1,\ldots, \lambda x_n) > \lambda f(x_1,\ldots,x_n)$ pour $\lambda > 1$
  Si la fonction de production est homogène, son degré serait > 1

- Les rendements d'échelle *non-décroissants* :
  $f(\lambda x_1,\ldots, \lambda x_n) \geq \lambda f(x_1,\ldots,x_n)$ $\lambda > 1$
  Si la fonction de production est homogène, son degré serait ≥ 1.

Quels rendements d'échelle rencontre-t-on le plus souvent dans la réalité ?

Lorsque le processus de production est techniquement simple et standardisé, il est souvent possible de s'étendre en répétant à l'identique une unité de production existante. Ainsi la multiplication des intrants entraîne une multiplication du même ordre de la production. De tels processus de production sont caractérisés par des rendements d'échelle constants.

Il arrive cependant qu'une fonction de production ne recense pas tous les facteurs qui contribuent à la production d'une manière ou d'une autre. Par exemple, le travail du propriétaire d'une petite entreprise n'est pas pris en compte dans la fonction de production. De même certaines immobilisations, comme la terre, peuvent ne pas être explicitement considérées parmi les facteurs de production. Lorsque de tels facteurs non pris en compte dans la fonction de production sont disponibles en quantités limitées, le passage à une échelle de production supérieure se heurtera au-delà d'un certain niveau à la contrainte de rareté de ces facteurs. La multiplication des autres intrants entraînera alors un accroissement moins que proportionnel du produit. Dans ce cas, les rendements d'échelle sont décroissants. On dit aussi qu'on est présence de déséconomies d'échelle. Une autre raison de *déséconomies d'échelle*, ou de décroissance des rendements d'échelle, réside dans les conséquences négatives du gigantisme sur la gestion et l'organisation.

Il a été en effet observé que lorsque les entreprises s'étendent à plusieurs lignes de production et à des marchés géographiquement dispersés, elles rencontrent des difficultés croissantes de gestion et d'organisation de sorte que le rendement des facteurs devient inférieur à celui de leurs concurrents plus petits mais bénéficiant d'une plus grande souplesse.

Par contre, il existe des raisons qui expliquent que dans certains secteurs les rendements sont croissants. D'abord, il y a les indivisibilités. Si une machine est fabriquée pour produire 1000 lampes par jour, on ne peut pas la fractionner en deux si on désire produire uniquement 500 lampes par jour. Une centrale électrique a une certaine capacité physique de production et on doit l'acquérir même si on n'a besoin que d'une partie de cette capacité. Les indivisibilités s'expliquent aussi par le fait que pour produire, une entreprise a besoin d'une quantité minimale de moyens de production. Une entreprise a par exemple besoin d'un directeur et d'un comptable et d'une équipe de dix ouvriers. Elle produit une certaine quantité d'output. Si elle veut produire uniquement la moitié, elle pourrait peut-être se séparer de la moitié des ouvriers mais elle ne peut certainement pas fonctionner avec un demi-directeur.

La deuxième raison qui explique l'existence de rendements d'échelle croissants est liée à la spécialisation que permet la production à grande échelle. En effet, une entreprise individuelle d'installation sanitaire doit compter sur son seul travailleur pour étudier les projets, soumettre des offres de prix, réaliser les installations, tenir sa comptabilité, etc. Ses compétences ne sont certainement pas les mêmes dans l'accomplissement de toutes ces tâches. On peut raisonnablement penser qu'il est plus à l'aise dans les opérations d'installation. Si le niveau d'activité augmente à tel point qu'il peut engager un comptable pour se spécialiser dans la tenue des comptes, le travailleur utilisera son temps avec une plus grande productivité en se spécialisant dans les travaux d'installation.
Enfin, certains procédés très performants utilisant l'automation et la robotique sont conçus pour convenir à des productions de masse.

Les raisons de croissance et de décroissance des rendements d'échelle opèrent différemment d'une industrie à une autre. Dans certains secteurs les économies d'échelle sont importantes. Dans d'autres, les économies d'échelle existent au début de l'intervalle de production mais elles sont épuisées au-delà d'un certain niveau de production, laissant la place à des déséconomies d’échelle. La fonction de production présente alors l'allure suivante :

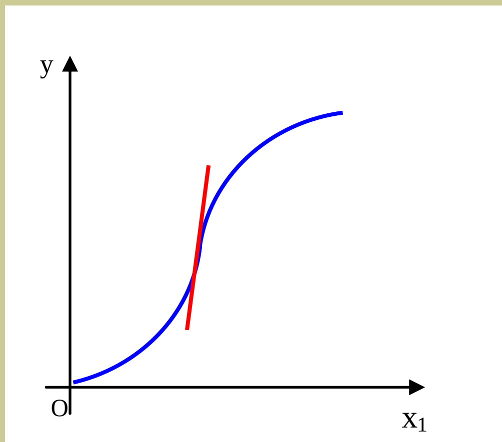


Figure 3.6 Fonction de production à rendements d'échelle croissants puis

III- Un exemple de fonction de production : La fonction Cobb-Douglas

La fonction de production Cobb-Douglas a été introduite pour représenter les conditions de production utilisant deux facteurs, le capital en quantité K et le travail en quantité L. Elle a pour forme :

$$y = AK^{\alpha}L^{\beta}$$

Appliquons à cette fonction Cobb-Douglas les notions développées dans la section précédente.

i- Productivités moyennes des facteurs

$$\bar{y}_K = \frac{AK^{\alpha}L^{\beta}}{K} = AK^{\alpha-1}L^{\beta}$$

$$\bar{y}_L = AK^{\alpha}L^{\beta-1}$$

ii- Productivités marginales

$$f'_K = \alpha AK^{\alpha-1}L^{\beta} = \alpha\frac{y}{K} = \alpha\,\bar{y}_K$$

$$f'_L = \beta AK^{\alpha}L^{\beta-1} = \beta\frac{y}{L} = \beta\,\bar{y}_L$$

iii- Elasticités de la production par rapport aux facteurs

$$e_K = \frac{\partial \text{Log}\, y}{\partial \text{Log}\, K}$$

$\text{Log } y = \text{Log } A + \alpha \text{Log } K + \beta \text{Log } L \Rightarrow$

$e_K = \alpha$

De même, $e_L = \beta$

iv - Taux marginal de substitution du capital au travail

$$TMS_{K/L} = \frac{dK}{-dL} = \frac{f'_L}{f'_K} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{Y/L}{Y/K} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{K}{L}$$

v- Élasticité de substitution du capital au travail

C'est l'inverse de l'élasticité du taux marginal de substitution du capital au travail par rapport au rapport $\frac{K}{L}$ (appelé *intensité capitalistique*).

Comme le TMS est proportionnel à l'intensité capitalistique, l'élasticité est égale à l'unité.

$TMS_{K/L} = t = \frac{\beta}{\alpha} \frac{K}{L}$

$\text{Log } t = \text{Log } \frac{\beta}{\alpha} + \text{Log } \frac{K}{L}$

$\frac{1}{\sigma} = \frac{d\text{Log}t}{d\text{Log}K/L} = 1 \quad \Rightarrow \quad \sigma = 1.$

vi - Rendements d'échelle

Observons d'abord que la fonction Cobb-Douglas est homogène de degré $\alpha + \beta$.

En effet : $f(\lambda k, \lambda L) = A(\lambda k)^{\alpha}(\lambda L)^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta} A K^{\alpha} L^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta} f(K,L)$

Le sens de variation des rendements d'échelle dépend alors de la valeur de $\alpha + \beta$.

Si $\alpha + \beta = 1$ Les rendements d'échelle sont constants

Si $\alpha + \beta < 1$ Les rendements d'échelle sont décroissants

et Si $\alpha + \beta > 1$ Les rendements d'échelle sont croissants

IV- Fonctions de production à court et à long termes

L'entreprise qui voudrait ajuster son niveau de production à un changement de l'environnement ne peut le faire instantanément ni librement. Par exemple, si la STEG voulait répondre à une croissance de la demande d'électricité et que ses capacités sont pleinement utilisées, il lui faudrait des années pour étudier et mettre en place les équipements nécessaires. Dans d'autres industries plus légères, telle que la restauration, il faudrait peut être moins de temps. Mais en aucun cas, l'ajustement ne peut être instantané. La période qui sépare la décision d'introduire de nouveaux équipements et leur entrée en production est appelée *période de maturité*. Tous les procédés de production passent par une période de maturité qui peut aller de quelques semaines ou quelques mois pour un restaurant ou un service de photocopie à quelques années pour une centrale électrique ou une usine pétrochimique.

D'un autre côté, une fois des équipements correspondant à une certaine capacité de production sont installés, on ne peut pas économiquement en démanteler la moitié s'il arrive que la demande baisse de moitié. La difficulté ou la quasi-impossibilité d'ajuster les équipements à la baisse en réponse à une contraction de la demande exprime la caractéristique d'irréversibilité du capital.

Pour tenir compte de ces difficultés d'ajustement à la hausse comme à la baisse, on place l'analyse de la production dans un cadre temporel en distinguant deux périodes. La courte période et la longue période.

Pendant la courte période, l'entreprise ne peut s'ajuster totalement à un changement d'environnement. Les facteurs qui ne peuvent s'ajuster dans la courte période sont appelés *des facteurs fixes*. Il s'agit essentiellement du facteur capital. Les facteurs qui au contraire peuvent s'ajuster librement dans la courte période sont appelés facteurs variables. Le travail est considéré comme un *facteur variable*. Ceci est évident lorsqu'on voudrait ajuster à la hausse l'utilisation du facteur travail. Mais lorsqu'il s'agit de diminuer la quantité de travail utilisé en réponse à un changement de l'environnement, la variabilité du facteur travail n'est assurée qu'en l'absence de contraintes juridiques ou autres visant la protection de l'emploi.

La fonction de production à *court terme* traduit la relation entre le niveau de la production et celui du (des) facteur(s) variables (s), pour un niveau donné du (des) facteur(s) fixe(s).

En regroupant les facteurs de production en deux, du capital fixe à court terme et du travail variable, la fonction de production à court terme s'écrit :

$$y = f(K_0,L)$$

où K_0 désigne le niveau du capital, L la quantité de travail utilisée et y la quantité d'output obtenue.

On admet généralement que la fonction de production à court terme passe par trois phases. Au cours de la première phase, la production augmente plus que proportionnellement par rapport au travail. Si un seul travailleur est employé, il est obligé de répartir ses efforts à réaliser des tâches diversifiées. Lorsqu'on ajoute un deuxième travailleur, chacun des deux pourra se spécialiser dans certaines tâches pour lesquelles il est mieux préparé et la production fait plus que doubler. Il arrive un moment où les gains dus à la spécialisation s'épuisent. A partir de ce point, la production augmente moins rapidement que le travail. Cette deuxième phase est donc caractérisée par des rendements marginaux décroissants du travail, contrairement à la première phase où les rendements marginaux sont croissants. Il arrive même que le capital est si intensivement utilisé, qu'un travailleur supplémentaire devient nuisible et fait diminuer la production totale. Le rendement marginal devient alors négatif.

- La courbe du produit total est d'abord convexe, ensuite croissante et concave et enfin décroissante.

- La courbe de productivité marginale commence alors par être croissante, ensuite décroissante tout en étant positive et enfin négative. [*fig. 3.7-a*]

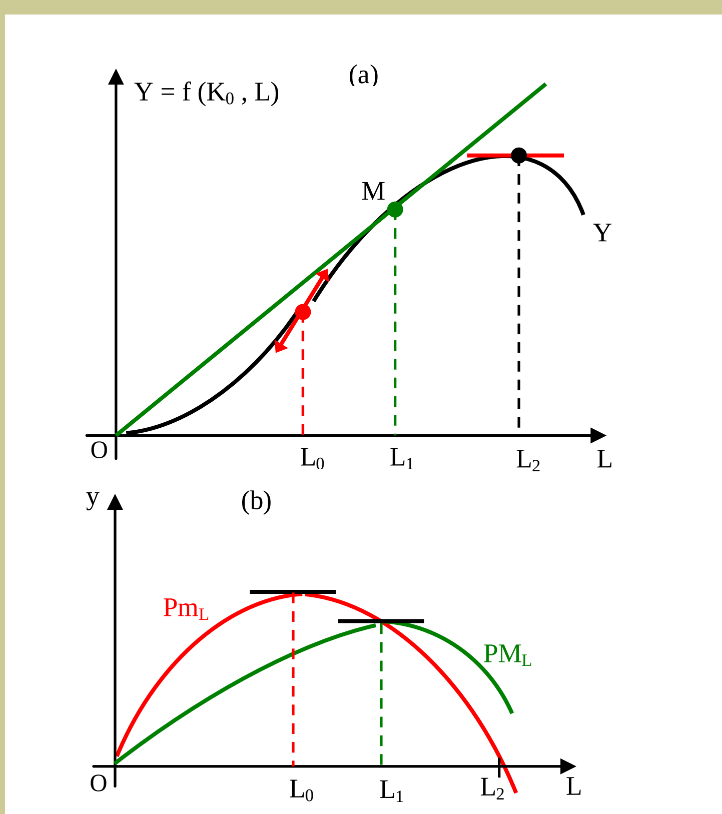


Figure 3.7 Fonction de production, de productivité moyenne et de productivité marginale, à court terme

$Y = f(K_0,L) = \Phi(L)$

$Pm = \Phi'$ $\quad\Phi$ convexe $\Leftrightarrow \Phi'' \geq 0$ ou Φ' croissante

$\quad\Phi$ concave $\Leftrightarrow \Phi'' \leq 0$ ou Φ' décroissante.

La courbe de productivité marginale atteint son maximum au point d'inflexion de la courbe du produit total. [*fig. 3.7-a*]

- Quant à la courbe de productivité moyenne, elle atteint son maximum au point d'égalisation des productivités moyenne et marginale.

En effet $\bar{y} = \frac{\Phi(L)}{L}$

$$\frac{d\bar{y}}{dL} = \frac{\Phi'(L).L - \Phi(L)}{L^2} = 0 \Rightarrow \Phi'(L) = \frac{\Phi(L)}{L}$$

On distingue alors quatre intervalles des valeurs du facteur variable

- Si $L \leq L_0$ (maximum de la productivité marginale)
  Pm croît
  PM croît
  Pm > PM

- Si $L_0 \leq L \leq L_1$ (maximum de la productivité moyenne)
  Pm décroît
  PM croît
  Pm ≥ PM

- Si $L_1 \leq L \leq L_2$ (maximum du produit total)
  Pm décroît
  PM décroît
  PM ≥ Pm

- Si $L \geq L_2$
  Pm ≤ 0
  PM > Pm

Chapitre IV : Choix des facteurs et Coûts de Production

I- Le Choix des Facteurs

1- La règle de choix

Lorsque les facteurs sont substituables, il y a plusieurs combinaisons possibles pour produire une même quantité ‘‘y’’ d'un certain bien. Comment choisir la combinaison la meilleure ?
Nous avons déjà admis que les choix de l'entreprise répondent à l'objectif de maximisation du profit. En définissant le profit comme la différence entre le revenu et le coût total de production et en observant que la quantité du produit est donnée et que son prix ne dépend pas de quantités de facteurs, la maximisation du profit est équivalente à la minimisation du coût total :

$$\text{Max } \Pi = py - \sum_{i=1}^{i=n} c_i x_i \quad \text{sous la contrainte}$$

$$y = y_0$$

p ne dépendant pas des x_i sous la contrainte $y = y_0$, le programme précédent équivaut à $\text{Min } C(x_1,\dots, x_n) = \sum_{i=1}^{i=n} c_i x_i$

Quelle est maintenant la combinaison de facteurs $(x_1^*,\dots\dots, x_n^*)$ qui correspond au coût minimum ?

Pour y répondre, commençons par observer que les facteurs de production sont caractérisés par des productivités différentes et par des coûts unitaires différents. En divisant la productivité marginale de chaque facteur par son coût unitaire, on obtient la productivité marginale du dernier dinar dépensé à acquérir ce facteur.

A l'équilibre, il faudrait que cessent les possibilités d'arbitrage, c’est à dire qu'on ne peut plus diminuer la dépense en transférant un dinar d'un facteur à un autre. En d'autres termes il faudrait que la productivité marginale du dernier dinar soit la même quel que soit le facteur auquel il est réservé. Démontrons-le par l'absurde. Supposons donc qu'il existe deux facteurs i et j tels que : $\frac{f'_j}{c_j} > \frac{f'_i}{c_i}$. L'entreprise pourrait alors diminuer son coût de production de la quantité y_0 en substituant le facteur j au facteur i. En effet, soit dx_i la diminution de la quantité du facteur i et dx_j l'accroissement de la quantité du facteur j de sorte que la production y_0 soit inchangée. dx_1 et dx_2 sont liés par la relation $f'_i\, dx_i + f'_j\, dx_j = 0 \Rightarrow$

$$dx_i = -\frac{f'_j}{f'_i}\, dx_j$$

La variation correspondante du coût de production est :

$$dC = c_i\, dx_i + c_j\, dx_j = \left(c_j - \frac{f'_j}{f'_i} c_i\right) dx_j$$

dx_j étant positif, dC est du même signe que $\left(c_j - \frac{f'_j}{f'_i} c_i\right)$.

Or $c_j - \frac{f'_j}{f'_i} c_i = \left(\frac{c_j}{f'_j} - \frac{c_i}{f'_i}\right).f'_j$

Puisque $\frac{f'_i}{c_i} < \frac{f'_j}{c_j} \Rightarrow \frac{c_j}{f'_j} < \frac{c_i}{f'_i} \Rightarrow \frac{c_j}{f'_j} - \frac{c_i}{f'_i} = dC < 0$

On en conclue que lorsque la dépense est minimale, la productivité marginale du dernier dinar est la même quel que soit le facteur auquel il est affecté :

$$\frac{f'_i}{c_i} = \frac{f'_j}{c_j} \quad \forall\ i, j = 1,.....,n$$

2- Solution géométrique

Représentons dans l'espace (x_1, x_2) l'ensemble des combinaisons de facteurs donnant la même production y_0, c'est à dire l'isoquante d'équation $f(x_1, x_2) = y_0$.

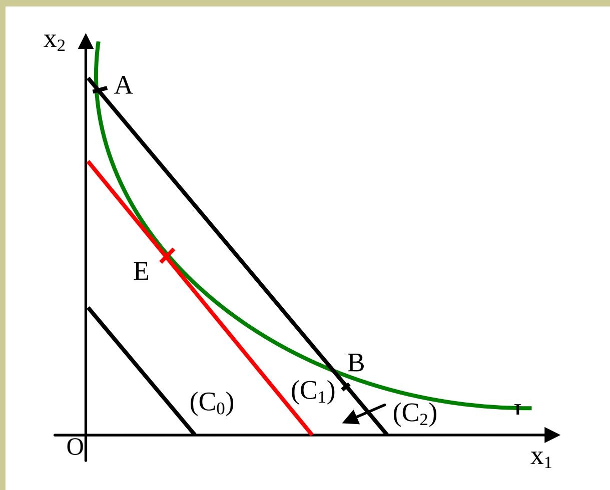


Figure 4.1 Choix de la combinaison optimale de facteurs de production

Traçons ensuite sur le même graphique des droites d'iso-coût, c'est-à-dire des combinaisons de facteurs correspondant à un niveau donné du coût total.
La courbe correspondant au coût C_0 a pour équation :

$c_1 x_1 + c_2 \; x_2 = C_0$ ou encore

$x_2 = - \frac{c_1}{c_2} x_1 + \frac{C_0}{c_2}$

Le coût de production augmente à mesure que la droite d'isocoût s'éloigne de l'origine. La minimisation du coût pour le niveau de production y_0 signifie que le producteur cherche à se placer sur une droite d'isocoût la plus proche de l'origine mais qui a au moins un point de contact avec l'isoquante y_0. Sur ce graphique, il est clair qu'aucune combinaison de facteurs exigeant une dépense C_1 ne suffit à produire la quantité y_0. Par contre, il existe deux combinaisons sur la droite (C_2) qui assurent le niveau de production donné. Mais aucune des deux n'est optimale puisqu'on peut choisir sur la même droite un point intermédiaire qui donne plus de production avec le même coût. L'équilibre est atteint lorsque l'isoquante y_0 est tangente à une droite d'isocoût. La pente de la droite d'isocoût est égale en valeur absolue au prix relatif alors que la pente de l'isoquante est égale en valeur absolue au taux marginal de substitution du facteur 2 au facteur 1 ou encore au rapport des productivités marginales.

La condition d'équilibre est donc :

$\frac{f'_1}{f'_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ou encore

$\frac{f'_1}{c_1} = \frac{f'_2}{c_2}$

On retrouve donc la même règle de choix de la section précédente.

3- Solution analytique :

La combinaison optimale (x_1^*, x_2^*) minimise la dépense totale $C(x_1,x_2) = c_1x_1 + c_2x_2$ sous la contrainte $f(x_1,x_2) = y_0$

Nous savons que ce problème équivaut à la minimisation de la fonction Lagrangien :

$L = c_1 x_1 + c_2x_2 + \lambda \, [y_0 - f(x_1,x_2)]$

où λ est un multiplicateur positif.

En supposant que l'optimum est un point intérieur ($x_1 > 0$ et $x_2 > 0$), les conditions nécessaires de minimisation de L sont :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L(x^*)}{\partial x_1} = c_1 - \lambda f'_1(x_1^*, x_2^*) = 0 \\ \dfrac{\partial L(x^*)}{\partial x_2} = c_2 - \lambda f'_2(x_1^*, x_2^*) = 0 \\ \dfrac{\partial L(x^*)}{\partial \lambda} = y_0 - f(x_1^*, x_2^*) = 0 \end{cases}$$

Des deux premières conditions on tire :

$$\frac{f'_1}{f'_2} = \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow \frac{f'_1}{c_1} = \frac{f'_2}{c_2}$$

La dernière condition exprime seulement la contrainte de production.
Ces conditions de premier ordre sont suffisantes, si la fonction de production est concave.

4- Sentier d'expansion

Pour un niveau donné du produit y_0, la solution du système d'équations

$$\begin{cases} \dfrac{f'_1(x_1,x_2)}{c_1} = \dfrac{f'_2(x_1,x_2)}{c_2}. \\ f(x_1,x_2) = y_0 \end{cases}$$

correspond à un point E_0 du plan (x_1, x_2).

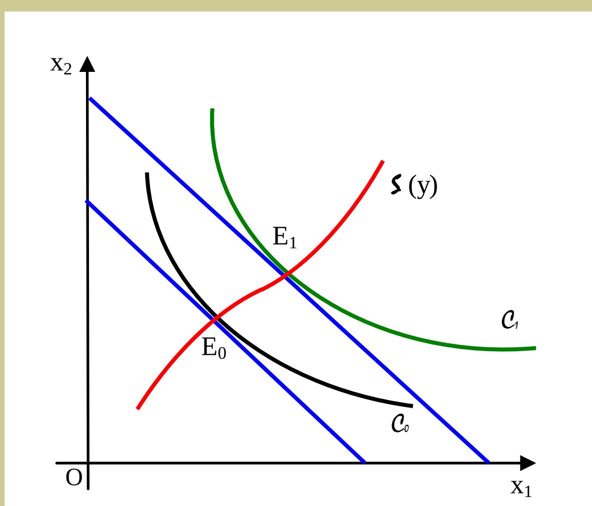


Figure 4.2 Sentier d'expansion de la production

Les coordonnées x_1^0 et x_2^0 de ce point expriment les quantités demandées par l'entreprise des facteurs 1 et 2 lorsque le niveau du produit, les prix et la technologie sont donnés.

En faisant varier le niveau du produit et en maintenant constant tout le reste, on obtient une série de points correspondant chacun à la combinaison optimale de facteurs pour un niveau différent du produit.

La courbe, lieu géométrique de tous ces points, est appelée *sentier d'expansion de la production.*

II- Coûts de Production

1- Dérivation de la fonction de coût total à long terme

Rappelons-nous qu'à long terme tous les facteurs de production sont variables. Il n'y a donc pas de coûts fixes que l'entreprise supporterait indépendamment du volume de la production. Le coût total est dans ce cas identique au coût variable, c'est à dire à la somme des coûts d'usage des facteurs de production, supposés tous variables.

Nous venons de voir qu'en faisant varier le volume de production, les quantités optimales de facteurs varient. A ces quantités de facteurs on fait correspondre par une relation linéaire le coût total :

$$y \rightarrow \begin{cases} x_1(y) \\ x_2(y) \end{cases} \rightarrow C(y) = c_1x_1(y) + c_2x_2(y)$$

La fonction composée qui associe à tout niveau du produit le coût minimum de sa production est appelée *fonction de coût total*.

2- Coût moyen et coût marginal à long terme

- Le coût moyen de production est le coût total divisé par le volume de production.

  $$CM = \frac{C(y)}{y}$$

- Le coût marginal de production est le coût de la dernière unité produite. Lorsque l'unité est suffisamment petite, le coût marginal de production est approximativement égal à la dérivée première de la fonction de coût total.

$$Cm = C'(y) = \frac{dC(y)}{dy}$$

Le coût marginal comme le coût moyen ne sont en général pas constants. Ils dépendent du niveau de la production.

En mettant en liaison les définitions ci-dessus, on peut établir la relation entre coût moyen et coût marginal.

$$Cm = C'(y) = (CM \cdot y)' = CM' \cdot y + CM$$

On en déduit que le coût marginal égale le coût moyen lorsque ce dernier est maximum ou minimum (CM'=0). De plus, lorsque le coût moyen est croissant (CM'>0) le coût marginal est supérieur au coût moyen, et réciproquement. Inversement, lorsque le coût moyen est décroissant (CM' < 0) le coût marginal est inférieur au coût moyen et réciproquement. Cette relation, on peut la retenir aisément à l'aide d'un exemple scolaire. Supposons que l'on ait obtenu les notes de toutes les matières à l'exception de celle de microéconomie et que la moyenne s'est établie à 12. En recevant la note de la dernière matière (marginale), on va pouvoir recalculer la moyenne. Alors si la note marginale de microéconomie est supérieure à la moyenne initiale (14 par ex), la moyenne va s'améliorer (moyenne croissante). Au contraire si la note de microéconomie était seulement de 10 (inférieure à la moyenne initiale de 12), la moyenne va régresser.

3- Coûts et rendements d'échelle

Les coûts étant fonction du niveau de production, on aimerait savoir comment ils évoluent avec la quantité produite. Est-ce que le coût moyen d'une petite entreprise produisant peu d'unités est plus élevé ou moins élevé que celui d'une entreprise travaillant à grande échelle ? En réalité les coûts ne sont que le reflet des conditions technologiques représentées par la fonction de production. On s'attend donc à un lien entre le sens d'évolution des coûts et les caractéristiques de la fonction de production.

Nous pouvons établir ce lien dans le cas général, mais pour simplifier nous allons nous placer dans le cas d'une fonction de production homogène de type Cobb-Douglas. Supposons donc que la contrainte technologique à laquelle fait face une entreprise est représentée par :

$$y = Ax_1^{\alpha} x_2^{\beta} \qquad \text{avec } \alpha + \beta = \nu$$

ν est le degré d'homogénéité de la fonction de production et sa valeur donne le sens de variation des rendements d'échelle : Ils sont croissants, constants ou décroissants suivant que ν est supérieur, égal ou inférieur à l'unité.

Nous allons d'abord écrire les conditions de minimisation du coût pour un niveau donné du produit, en déduire ensuite les quantités optimales de facteurs et enfin dériver la fonction de coût total.

Les conditions de minimisation du coût s'écrivent :

$$\begin{cases} \dfrac{f'_1}{f'_2} = \dfrac{c_1}{c_2} \\ f(x_1,x_2) = y \end{cases}$$

$$f'_1 = \alpha y/x_1 \quad , f'_2 = \beta y/x_2 \;\Rightarrow\; f'_1/f'_2 = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{x_2}{x_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{x_2}{x_1} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{c_1}{c_2}$$

$$Ax_1^{\alpha} x_2^{\beta} = y \Rightarrow y = A\left[\left(\frac{x_2}{x_1}\right)\right]^{\beta} x_1^{\alpha+\beta}$$

$$\Rightarrow y = A\left[\left(\frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{c_1}{c_2}\right)\right]^{\beta} x_1^{\nu}$$

$$\Rightarrow x_1 = \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\nu} \left(\frac{\alpha c_2}{\beta c_1}\right)^{\beta/\nu}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{c_i}{c_j} \cdot x_1 = \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\nu} \cdot \left(\frac{\beta c_1}{\alpha c_2}\right)^{1-\beta/\nu}$$

$$x_2 = \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\nu} \cdot \left(\frac{\beta c_1}{\alpha c_2}\right)^{\alpha/\nu}$$

- La fonction de coût total s'écrit alors :

  $$C(y) = c_1x_1(y) + c_2x_2(y) = (y/A)^{1/\nu} \left[c_1 \left(\frac{\alpha c_2}{\beta c_1}\right)^{\beta/\nu} + c_2\left(\frac{\beta c_1}{\alpha c_2}\right)^{\alpha/\nu}\right]$$

  $C(y) = \delta . y^{1/\nu}$ en notant δ toute la partie de l'expression précédente qui ne dépend pas de y.

- Le coût moyen s'écrit :

$$CM = \frac{C(y)}{y} = \delta\, y^{1/\nu-1}$$

- Le coût marginal s'écrit :

$$Cm = \delta \frac{1}{\nu} . y^{1/\nu-1} = \frac{1}{\nu} CM \quad \Rightarrow \frac{CM}{Cm} = \nu$$

Nous pouvons maintenant établir le sens de variation des coûts moyen et marginal en fonction du sens de variation des rendements d'échelle :

- Rendements d'échelle *constants*

  $\nu = 1 \Rightarrow CM = Cm = \delta$

  Le coût marginal comme le coût moyen sont constants et identiques.

- Rendements d'échelle *croissants*

  $\nu > 1 \Rightarrow CM > Cm \Rightarrow$ CM décroît

  Le coût marginal étant proportionnel au coût moyen, il est aussi décroissant.

- Rendements d'échelle *décroissants*

  $\nu < 1 \Rightarrow CM < Cm \Rightarrow$ CM croît, Cm croît

De nombreuses études empiriques montrent que le coût moyen diminue rapidement lorsque le niveau de production est faible, reflétant ainsi l'existence d'économies d'échelle. Dans certaines industries, le coût moyen continue à décroître mais lentement au-delà d'un certain seuil de production. Ce seuil au-delà duquel la courbe de coût moyen devient quasiment horizontale s'appelle *taille minimale d'efficience* (TME) ou *échelle minimale d'efficience* (EME).

Le tableau suivant présente des estimations de la taille minimale d'efficience pour des entreprises opérant dans diverses branches manufacturières au Royaume Uni et aux Etats Unis. Bien que ces estimations surestiment l'importance des économies d'échelle (la portion décroissante de la courbe de coût moyen) parce qu'elles ne tiennent pas correctement compte de l'effet négatif des problèmes de gestion, elles fournissent néanmoins un éclairage intéressant des conditions de production et de coût dans les branches manufacturières . Il en ressort que :

- La taille minimale d'efficience est surtout élevée dans les industries lourdes (économies d'échelle).

- Dans le grand marché américain, la TME est relativement faible. Ce qui suggère que les entreprises américaines ont quasiment épuisé les économies d'échelle dans leurs branches respectives et qu'elles opèrent dans la partie plate de la courbe de coût moyen. Elles sont bien sûr avantagées (avantage de compétitivité) par rapport à des entreprises similaires dans des pays de plus petite taille et opérant dans la partie descendante de la courbe de coût moyen.

ECHELLE MINIMALE D'EFFICIENCE (E.M.E) DANS DIVERSES INDUSTRIES AU ROYAUME-UNI ET AUX ETATS-UNIS

(1) Industrie	(2) Accroissement en % du coût moyen pour une taille égale à 1/3 de l'EME	(3) EME en % du marché anglais	(3) EME en % du marché anglais
Ciment	26,0	6,1	1,7
Acier	11,0	15,4	2,6
Bouteilles en verre	11,0	9,0	1,5
Coussinets	8,0	4,4	1,4
Tissus	7,6	1,8	0,2
Réfrigérateurs	6,5	83,3	14,1
Raffinage du pétrole	4,8	11,6	1,9
Peintures	4,4	10,2	1,4
Cigarettes	2,2	30,3	6,5
Chaussures	1,5	0,6	0,2

Source : F.M. Scherer et alii, The Economics of Multiplant Operation, Harvard University Press, 1975, tableaux 3.11 et 3.15

Par exemple, l'existence de deux fabricants de réfrigérateurs au Royaume Uni signifie qu'ils n'atteindront pas la TME et qu'ils opéreront dans la partie décroissante du coût moyen. Toutes choses étant égales par ailleurs, ils auront des difficultés à faire face aux fabricants américains de réfrigérateurs.

- Il existe des activités industrielles, surtout légères, où la taille minimale d'efficience est faible (faibles économies d'échelle). Dans le cas de l'industrie de la chaussure par exemple le fonctionnement au tiers de la TME n'accroît que légèrement le coût moyen de production. Ces secteurs accueillent donc un grand nombre d'entreprises concurrentielles opérant dans la zone plate du coût moyen.

- Dans un petit pays tel que la Tunisie où le marché intérieur est exigu, la TME de beaucoup d'activités industrielles dépasse probablement la taille du marché de sorte que pour produire, les entreprises tunisiennes opérant dans de tels secteurs n'auront d'autre choix que d'exporter une portion substantielle de leur production.

Lorsque les entreprises d'une branche font face à des économies d'échelle importantes au début et qui s'émoussent au fur et à mesure que la production augmente, la courbe de coût moyen est en forme de L. Dans d'autres secteurs d'activité, les économies d'échelle sont plutôt faibles et les entreprises subissent des déséconomies d'échelle et des coûts moyens croissants au-delà d'un niveau de production modeste. La courbe du coût moyen décroissante puis croissante est dite en forme de U.

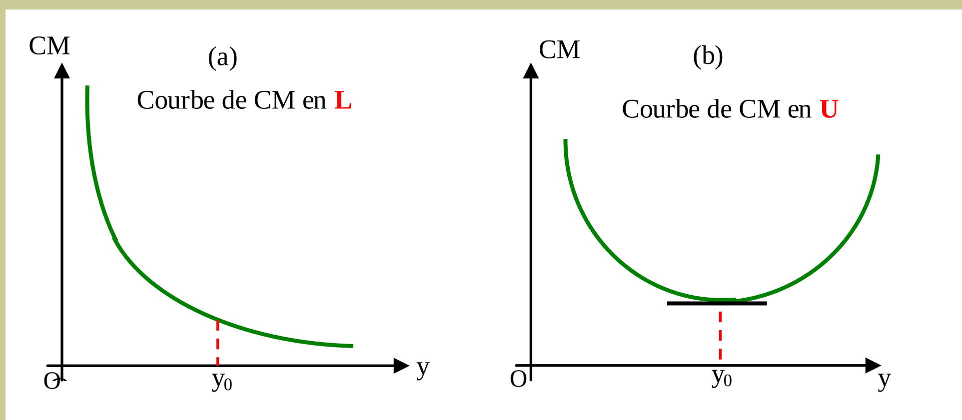


Figure 4.3 Courbes de coût à long terme : (a) Economies d'échelle importantes au début qui s'épuisent rapidement ($y \geq y_0$). (b) Economie d'échelle pour $y \leq y_0$ et déséconomie d'échelle pour $y \geq y_0$

4- Les coûts de production de court terme

Rappelons qu'à court terme, certains facteurs de production sont fixes et ne peuvent par conséquent s'ajuster au niveau désiré. Il en résulte deux conséquences :

D'abord, l'entreprise supporte des coûts fixes, qu'elle produise ou pas. Ces coûts correspondent à l'usage des facteurs fixes. Ensuite, le coût de production à court terme est nécessairement plus élevé que le coût à long terme. Il ne lui est égal que si la capacité de production nécessaire à la production à court terme est égale à la capacité installée. Laissons pour le moment de côté la question du lien entre coût à court terme et coût à long terme et intéressons-nous à la forme des courbes de coût à court terme.

41- Fonctions de coût à court terme

Le coût total à court terme CT est la somme de deux coûts : un coût fixe CF, qui est par définition constant quelle que soit la quantité produite et un coût variable CV, qui est fonction du niveau de production y.

$$CT(y) = CF + CV(y)$$

A partir de ces trois fonctions de coût (total, fixe et variable), on définit trois fonctions de coût moyen et trois fonctions de coût marginal ; de la même façon que précédemment.

- Le *coût fixe moyen* : CFM = $\frac{CF}{y}$ Il décroît à mesure que le coût fixe total est réparti sur un nombre de plus en plus grand d'unités du produit.

- Le *coût variable moyen* : CVM = $\frac{CV}{y}$
- Le coût *moyen* (parfois appelé coût total moyen) : CM = $\frac{CF}{y} + \frac{CV}{y}$
- Le *coût fixe marginal* : CFm. Il est identiquement nul puisque le coût fixe ne dépend pas de la quantité produite et qu'il ne varie donc pas lorqu'on augmente la quantité produite d'une unité.

- Le *coût variable marginal* : CVm = $\frac{dCV}{dy}$
- Le *coût marginal* : Cm = $\frac{dC}{dy} = \frac{d(CF+CV)}{dy} = \frac{dCV}{dy}$ = CVm. Le coût marginal étant identique au coût variable marginal, on ne fera plus la distinction entre les deux et on ne parlera plus que de coût marginal.

4.2- Lien entre fonctions de coût et de production à court terme

Le coût variable de production étant lié à la quantité produite, on doit raisonnablement s'attendre à ce que les conditions techniques de production se reflètent dans les coûts variables ; créant ainsi un lien entre les fonctions de coût variable et la fonction de production à court terme.

En représentant les conditions de production à court terme par une fonction de production à deux facteurs dont l'un, le capital, est fixe et l'autre, le travail, est variable, nous avons déjà expliqué qu'il est raisonnable de penser qu'elle passe par trois phases. Dans une première phase, la production augmente plus que proportionnellement par rapport au travail. Elle est suivie par une phase de croissance moins que proportionnelle de la production par rapport au travail. Enfin, dans le troisième intervalle la production baisse avec toute augmentation du facteur travail. (*Cf. figure 4.4-a*).

Formellement, les conditions techniques de production sont représentées par la fonction : $y = f(K_0,L) = \Phi(L)$. La fonction Φ est croissante sur les deux premiers intervalles de variation de la quantité de travail et décroissante sur le troisième. Il est clair qu'une entreprise ne choisira jamais d'utiliser une quantité de travail dans ce dernier intervalle, puisqu'elle peut obtenir la même quantité d'output tout en utilisant une quantité moindre de travail. On se limitera donc par la suite aux deux premiers intervalles sur lesquels la fonction de production de court terme est monotone croissante, et par suite inversible. Son inverse $L = \phi^{-1}(y)$ désigne la quantité minimale de travail que l'entreprise doit utiliser pour obtenir une certaine quantité d'output. Le coût variable de production s'identifie aux charges salariales ; il est égal au salaire unitaire, w, multiplié par la quantité de travail, elle même fonction de la quantité d'output qu'on désire obtenir :

$$CV(y) = w.L = w.\phi^{-1}(y)$$

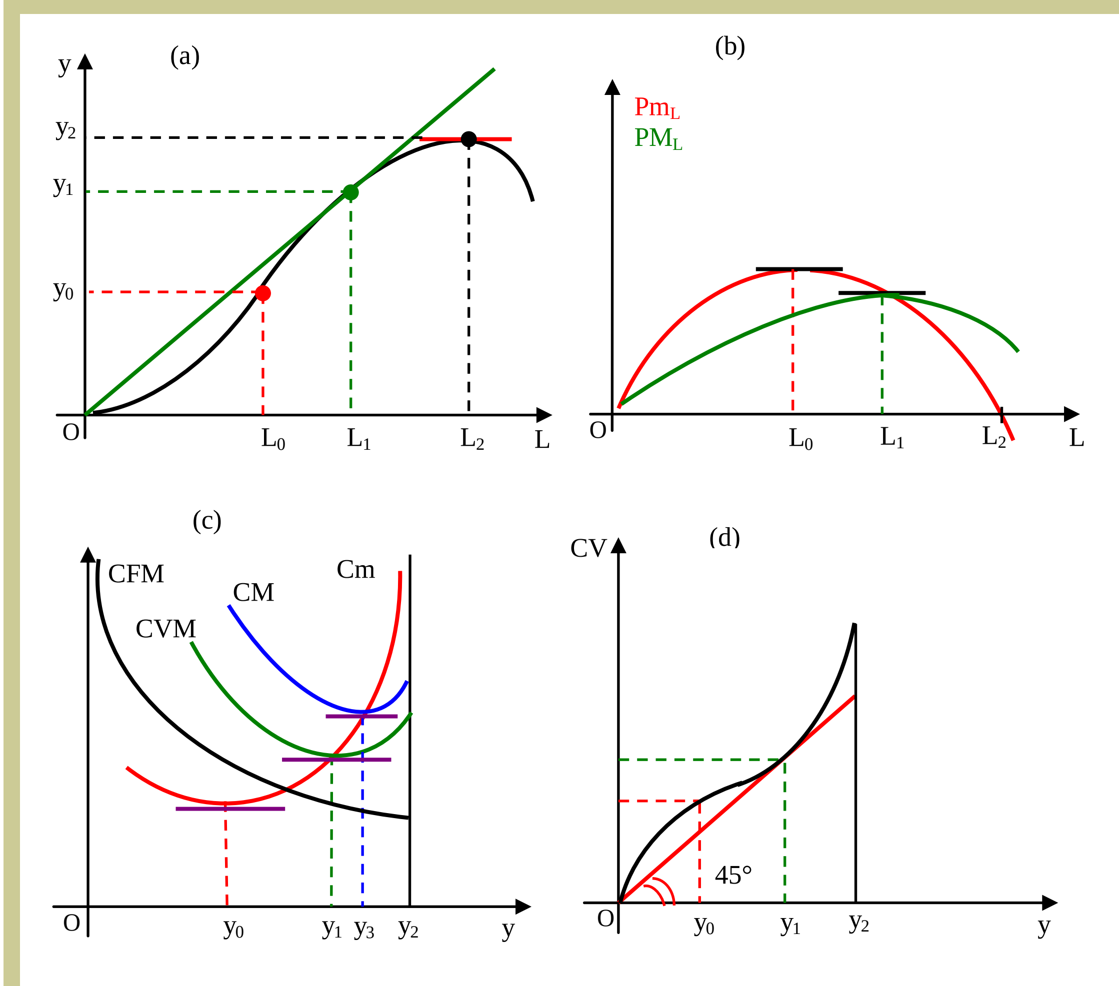


Figure 4.4 Courbes de coût variable moyen, de coût fixe moyen, de coût moyen et de coût marginal, à court terme.

Dérivation des courbes de coût variable

Nous pouvons à présent mettre en parallèle l'évolution des courbes de production à court terme et de productivité moyenne et marginale du travail, d'un côté et les courbes de coût variable, de coût variable moyen et de coût marginal, de l'autre.

- *La courbe du coût variable moyen*

$$CVM = \frac{CV}{y} = \frac{wL}{y} = \frac{w}{y/L} = \frac{w}{PM}$$

Le coût variable moyen est inversement proportionnel à la productivité moyenne du travail.

Comme la productivité moyenne du travail est croissante sur l'intervalle $[0\ ,\ L_1]$ et décroissante ensuite, c'est à dire sur l'intervalle $[0\ ,\ L_2]$. la relation précédente implique que le coût variable moyen est décroissant sur l'intervalle $]0\ ,\ y_1]$ puis croissant sur l'intervalle $[y_1\ ,\ y_2]$; en appelant y_1 et y_2 les quantités d'output correspondant respectivement à L_1 et L_2.

Quand la productivité moyenne du travail est maximale ($L= L_1$), le coût variable moyen est minimum ($y = y_1$).

- *La courbe du coût marginal*

$$Cm = \frac{dCV}{dy} = w\ \frac{dL}{dy} = w/\frac{dy}{dL} = w/Pm$$

Le coût marginal est inversement proportionnel à la productivité marginale du travail.

Comme la productivité marginale du travail est croissante sur l'intervalle $[0\ ,\ L_0]$ et décroissante sur l'intervalle $[L_0\ ,\ L_2]$ et qu'elle s'annule en L_2, la relation précédente implique que le coût marginal est décroissant sur l'intervalle $]0\ ,\ y_0]$ puis croissant sur l'intervalle $[y_0\ ,\ y_2[$ et qu'il augmente indéfiniment à mesure que la quantité produite s'approche de la quantité maximale y_2. Le coût marginal atteint son minimum ($y = y_0$) lorsque la productivité marginale est à son maximum ($L = L_0$) ; y_0 étant la quantité d'output obtenue en utilisant la quantité de travail L_0 : $y_0 = \Phi(L_0)$.

Lorsque la productivité marginale est égale à la productivité moyenne (productivité moyenne maximale) le coût variable moyen est égal au coût marginal (coût moyen minimum). La courbe du coût marginal coupe la courbe du coût variable moyen en son minimum.

- *La courbe du coût variable*

Comme le coût marginal, qui est la dérivée du coût variable, est décroissant puis croissant, la courbe de coût variable est d'abord concave et ensuite convexe par rapport à l'origine. Elle admet un point d'inflexion en y_0, c'est à dire lorsque le coût marginal est à son minimum. La phase de concavité (convexité) de la courbe de coût variable correspond à la phase de convexité (concavité) de la courbe de production à court terme.

Courbes de coût total

Rappelons que le coût total est la somme du coût fixe et du coût variable : CT(y) = CF + CV(y).

La courbe de coût fixe est horizontale. La courbe de coût total est homothétique à la courbe de coût variable ; la distance entre les deux courbes mesurée verticalement étant les coûts fixes.

La courbe du coût fixe moyen est une branche d'hyperbole CFM = $\frac{CF}{y}$, elle est toujours décroissante.

Le coût moyen est la somme du coût fixe moyen et du coût variable moyen :

$$CM = CFM + CVM$$

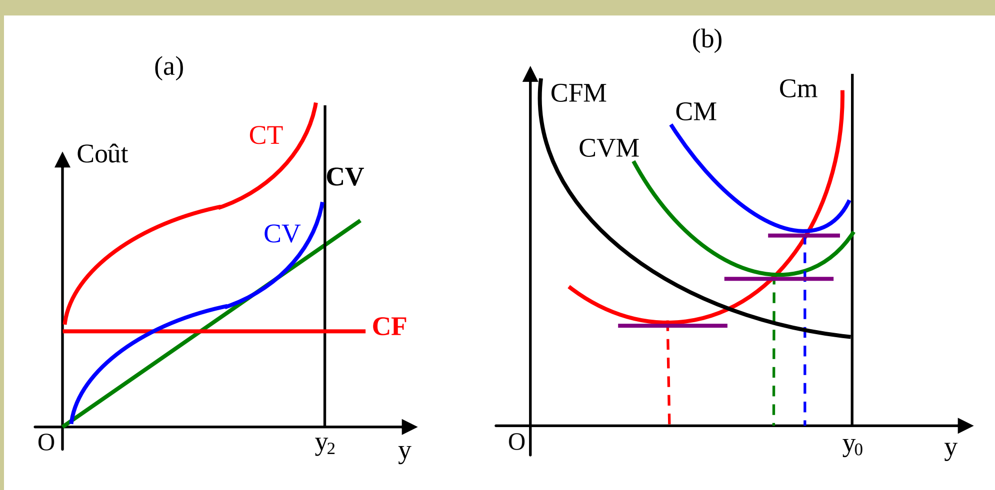


Figure 4.5 Fonction de coût à court terme

Lorsque la courbe de coût variable moyen est décroissante, le coût moyen est évidemment décroissant, puisque la somme de deux fonctions décroissantes. Ensuite le coût moyen devient la somme d'une fonction décroissante (CFM) et d'une fonction croissante(CVM). Dans une première étape, il continue à décroître, puis lorsque la croissance du coût variable moyen l'emporte, il commence à croître. Il passe donc par un minimum situé à droite du minimum de la courbe de coût variable moyen. On démontre que la courbe de coût marginal passe aussi par le minimum de la courbe de coût moyen. En effet $\frac{dCM}{dy} = \frac{dCT(y)/y}{dy}$

$$= \frac{dCT(y)/dy.y - CT(y)}{y^2}$$

Le minimum de CM(y) est atteint quand $\frac{dCT(y)}{dy}.y - CT(y) = 0 \Rightarrow Cm = CM$

5- Lien entre fonctions de coût à court terme et fonction de coût de long terme

La courbe de coût moyen à long terme indique pour chaque niveau de production le coût minimum, en supposant que l'entreprise combine librement les équipements et la quantité de travail. Ainsi chaque point de la courbe de coût à long terme correspond à une quantité d'équipement particulière, ou à une dimension particulière de l'entreprise. En choisissant une certaine dimension, et en lui appliquant différentes quantités de facteurs on obtient la courbe de coût moyen à court terme pour cette dimension. Les courbes de coût moyen à court terme sont nécessairement au-dessus de la *courbe enveloppe* de coût moyen à long terme. Le point de tangence de la courbe à long terme avec une courbe de coût à court terme ne correspond pas nécessairement au minimum du coût moyen à court terme.

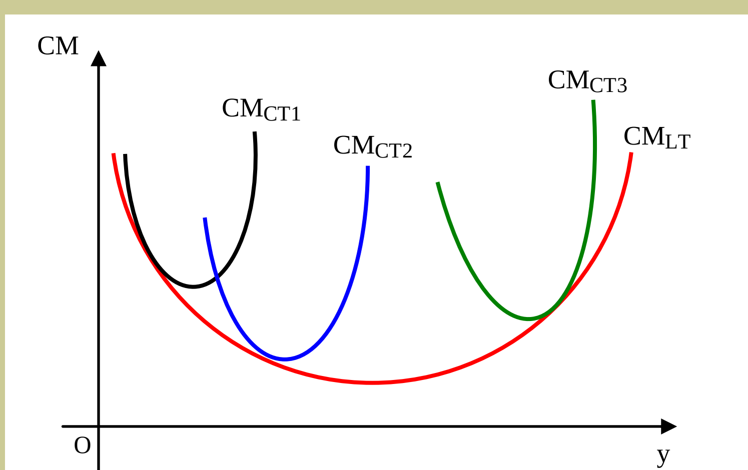


Figure 4.6 Courbe de coût moyen à long terme

Nous allons chercher à établir dans ce qui suit de manière précise la relation entre les fonctions de coût à court et à long terme.

A cet effet nous supposons que la production d'un bien fait intervenir deux facteurs variables utilisés en quantités $\mathbf{x_1}$ et $\mathbf{x_2}$ en plus d'un facteur dont la quantité **k** ne peut s'ajuster qu'à long terme. Ce dernier facteur, fixe à court terme, est identifié au capital physique ou aux équipements de l'entreprise.

Si la taille des équipements varie de manière discontinue, on peut définir une famille finie de fonctions de coût à court terme, correspondant chacune à une taille particulière $\mathbf{k_1}$. La fonction $C(y,k_1)$ est obtenue en choisissant $\mathbf{x_1}$ et $\mathbf{x_2}$ de manière à minimiser le coût total de production de toute quantité **y** du bien, la taille des équipements $\mathbf{k_1}$ demeurant inchangée. Elle est composée d'un coût fixe égal au coût d'usage des équipements $\mathbf{k_1}$, $CF(k_1) = CF_1$, et d'un coût variable $CV_1\ (y) = c_1x^*_{1/1} + c_2\, x^*_{2/1}$

où $\mathbf{c_1}$ et $\mathbf{c_2}$ sont les prix unitaires des facteurs variables et $(x^*_{1/1},\ x^*_{2/1})$ est la combinaison optimale des facteurs variables lorsque $\mathbf{k = k_1}$. En admettant que pour des équipements fixes, les rendements marginaux des facteurs variables sont d'abord croissants puis décroissants, la courbe de coût total à court terme est d'abord concave et ensuite convexe. Son ordonnée à l'origine mesure le coût fixe.

Le graphique montre trois courbes C_1 représentant une famille de trois fonction de coût à court terme $C(y,k_1)$ i = 1, 2, 3. L'ordonnée à l'origine des trois courbes est croissante, reflétant la croissance de la taille des équipements : $k_3 > k_2 > k_1$.

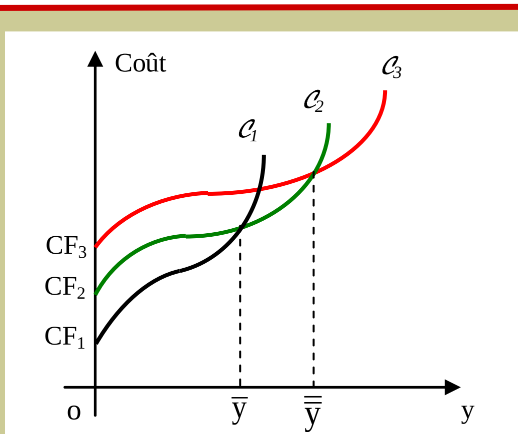


Figure 4.7 Coût total à court et long termes.

Il est raisonnable de penser que lorsque la quantité d'équipements est plus importante, on peut produire une même quantité en appliquant des quantités moindres des facteurs variables. Pour une même quantité d'output, le coût variable est alors d'autant plus faible que le coût fixe est plus élevé.

Lorsque la quantité produite est faible, le coût fixe compte pour une grande partie du coût total. Celui-ci est donc d'autant plus élevé que la taille des équipements est plus grande. Mais au fur et à mesure que la quantité produite augmente le poids relatif du coût fixe dans le coût total diminue et celui du coût variable augmente. A partir d'un certain niveau de production, le coût total de production dans une usine de taille plus grande devient plus faible que le coût de production dans une usine de moindre taille. C'est ainsi que pour des productions inférieures à $\bar{y}_1$, le coût associé à la taille k_1, $C(y,k_1)$ est plus faible que celui associé à la taille k_2, $C(y,k_2)$. Au delà de $\bar{y}_1$, la situation se renverse. De même la taille k_2 correspond à un coût moindre que la taille k_3 pour un volume de production inférieur à $\bar{y}_2$ et à un coût plus élevé lorsque le volume de production dépasse $\bar{y}_2$.

A long terme, l'entreprise peut choisir librement la taille de ses équipements. Sa fonction de coût total à long terme est alors représentée par les portions inférieures des courbes C_1, C_2 et C_3. Parce que la courbe de coût à long terme « enveloppe » par le bas les courbes de coût à court terme, elle est appelée une *courbe-enveloppe.*

A mesure qu'on élargit le choix à un plus grand nombre de tailles, la courbe de coût à long terme s'identifie à chacune des courbes de coût à court terme sur une portion de plus en plus étroite.

A la limite, lorsque la taille des équipements varie de manière continue, le nombre de tailles a priori possibles tend vers l'infini, et la portion sur laquelle la courbe à long terme se confond avec une courbe à court terme particulière se réduit à un point.

Ainsi, en chaque point de la courbe de coût à long terme, il existe une courbe de coût à court terme qui lui soit tangente. A chaque niveau de production $\mathbf{y_0}$ correspond une taille $\mathbf{k_0}$ qui permet de l'obtenir au moindre coût. Inversement, chaque taille **k** est optimale pour produire une certaine quantité **y**.

Il est par ailleurs clair qu'en dehors du point de tangence, la courbe de coût total à court terme est située au dessus de la courbe de coût à long terme. Soit en effet $y_1 \neq y_0$. Le coût à long terme $C_{LT}(y_1)$ est obtenu en choisissant librement la taille k_1 de façon à ce que ce coût soit minimum. Il s'en suit que le coût total obtenu en choisissant toute autre taille est supérieur à $C_{LT}(y_1)$: $C(y_1,k_0) > C(y_1,k_1) = C_{LT}(y_1)$.

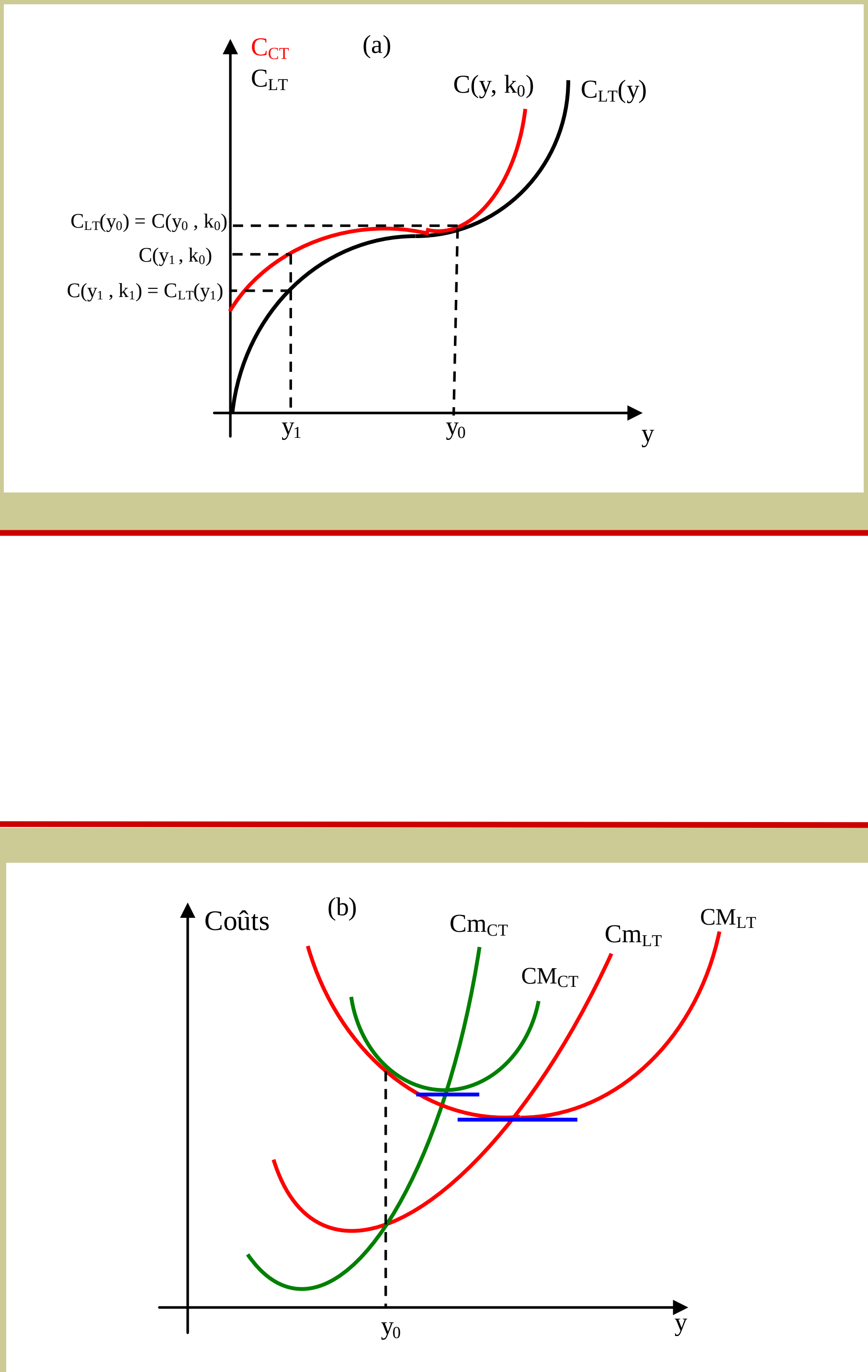


Figure 4.8 Coût moyen et Coût marginal à court et à long termes.

Equation de la courbe de coût total à long terme

Soit C(y,k) la famille de courbes de coût à court terme dépendant du paramètre **k** exprimant la taille des équipements. La courbe de coût à long terme est obtenue en cherchant pour chaque quantité d'output, la taille **k*** qui minimise les coûts totaux :

$k^* / \min C(y,k) \quad \forall \; y$

La condition du premier ordre de minimisation de C(y,k) est : $\frac{\partial C}{\partial k}(y, k^*) = 0$ dont la solution est $k^* = \phi(y)$. En remplaçant dans C(y,k) **k** par $k^* = \phi(y)$, on obtient l'équation de la courbe de coût total à long terme.

Relation entre coûts moyens et marginaux à court et à long termes

Chaque point de la courbe de coût total à long terme est un point de tangence avec une courbe de coût à court terme particulière, celle dont la taille fixe des équipements minimise le coût total de production de la quantité correspondante.

Soit A un point de la courbe de coût de long terme d'abscisse $\mathbf{y_0}$.

Alors il existe une taille k_0 telle que $C(y_0,k_0) = C_{LT}(y_0)$.

En divisant par $\mathbf{y_0}$ les deux membres de cette égalité, on obtient : $CM(y_0,k_0) = CM_{LT}(y_0)$.

La courbe de coût moyen à court terme correspondant à la taille $\mathbf{k_0}$ est donc tangente à la courbe de coût moyen de long terme au point d'abscisse $\mathbf{y_0}$.

D'autre part, on a $C_{LT}(y) \leq C(y,k_0) \quad \forall \; y$

ou encore $h(y,k_0) = C_{LT}(y) - C(y,k_0) \leq 0 \quad \forall \; y$

La fonction $h(y,k_0)$ atteint son maximum lorsque le coût de long terme est égal au coût de court terme, donc lorsque $y = y_0$.
Or, la condition de premier ordre de maximisation de la fonction $h(y,k_0)$ est :

$$\frac{\partial h(y_0,k_0)}{\partial y} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial C_{LT}(y_0)}{\partial y} = \frac{\partial C(y_0,k_0)}{\partial y} \Leftrightarrow$$

$$Cm_{LT}(y_0) = Cm(y_0,k_0)$$

Au point de tangence des courbes de coût total à court et à long termes, les coûts marginaux à court et à long termes sont donc égaux.

6- Coûts comptables et coûts économiques

Nous avons parlé jusqu'ici des coûts de production sans savoir comment ils sont évalués. Pour l'Economie les prix doivent être de bons guides à l'allocation des ressources. On doit donc rattacher un coût à l'utilisation d'une ressource rare par l'entreprise indépendamment du fait que l'entreprise paie effectivement ce coût ou pas. Cette vision diffère fondamentalement de celle de la comptabilité qui ne retient que les paiements réellement effectués. Deux exemples illustrent cette divergence. La comptabilité d'une entreprise individuelle n'enregistre pas comme charge du facteur travail la compensation du travail fourni par le propriétaire. L'Economie observe que ce travailleur propriétaire aurait pu travailler comme salarié dans une autre entreprise. Le salaire qu'il perd en décidant de travailler pour son propre compte est un *coût d'opportunité* qui devrait être pris en compte dans le calcul du coût total de production et par suite du profit. Si la comptabilité de cette entreprise individuelle fait par exemple ressortir un bénéfice de 15000 dinars et si le salaire le plus élevé qu'aurait pû avoir le travailleur est de 1000 dinars par mois, le "profit" de l'entreprise au sens économique après prise en compte du coût d'opportunité du travail fourni par le propriétaire est seulement de 3000 dinars.

En second lieu, le coût de production doit tenir compte du coût d'usage du capital. Comme les équipements ont une durée de vie de plusieurs exercices comptables, on impute à chaque exercice un coût qui représente le prix des services rendus par le capital au cours de cet exercice. Si par exemple les équipements ont été achetés à 100000 dinars et qu'ils ont une durée de vie estimée de 10 ans, on imputerait chaque année 1/10 du prix d'achat des équipements, c'est à dire 10000 dinars. C'est ce que fait la comptabilité sous la rubrique charge d'amortissement des immobilisations. Cependant comme les équipements ont été achetés à une date antérieure et que le prix a été payé quelques années plus tôt, il faudrait tenir compte aussi du coût d'immobilisation de l'argent pendant ce temps. La comptabilité tient effectivement compte de ces charges, lorsque les équipements ont été financés par un emprunt sur lequel des intérêts sont payés annuellement. Mais pour l'Economie, il faudrait tenir compte de ces charges qu'elles soient effectivement payées sous forme d'intérêt ou qu'elles ne correspondent à aucun déboursement comme dans le cas où les équipements sont financés par les fonds propres de l'entreprise ou par un financement participatif. Là encore un coût d'opportunité doit être imputé aux fonds propres ou au capital participatif. Il est égal au rendement maximum qu'ils pourraient gagner s'ils étaient placés ailleurs. On voit donc que contrairement au bénéfice comptable, le profit économique déduit des recettes les revenus qu'auraient pu gagner les propriétaires en plaçant leur capital ailleurs.

Chapitre V : Détermination du volume de production d'une entreprise concurrentielle

Nous avons vu jusqu'ici comment une entreprise à la recherche du profit maximum détermine les quantités optimales de facteurs qu'elle devrait utiliser pour un volume donné de production. Il reste maintenant à voir comment se détermine le volume de production optimal, c'est à dire celui qui procure à l'entreprise le profit le plus élevé. Pour y répondre, nous allons nous placer dans le cas d'une entreprise qui opère dans un marché concurrentiel. Nous aurons l'occasion d'étudier d'autres formes de marché et nous verrons alors comment les conclusions de ce chapitre sont altérées par la prise en compte d'autres types de marchés que le marché concurrentiel.

I- Les implications de l'hypothèse de concurrence pour les décisions de production de l'entreprise

Le profit étant l'objectif de l'entreprise, il est nécessaire qu'elle puisse évaluer pour chaque niveau de production ‘‘y’’ le profit correspondant, et de choisir ensuite celui qui donne le profit le plus élevé. Le profit est défini comme la différence entre les recettes et les coûts.

$$\pi(y) = R(y) - C(y)$$

L'entreprise connaît bien sa fonction de coût. Il faut aussi qu'elle connaisse ou qu'elle estime sa fonction de recette, c'est à dire la valeur des ventes correspondant à chaque niveau de production . En général, ceci signifie que l'entreprise est en mesure d'estimer la demande de son produit pour chaque niveau de prix. Mais dans le cas d'un marché où la concurrence est suffisamment vive pour constituer une approximation raisonnable de l'hypothèse de concurrence parfaite, le problème est singulièrement simplifié, dans la mesure où l'entreprise n'a plus besoin d'estimer la demande qui va s'adresser à elle.

En effet, en concurrence parfaite, on suppose qu'il existe un très grand nombre d'entreprises produisant toutes un bien homogène et standardisé. La quantité que peut mettre une seule entreprise sur le marché est négligeable par rapport à l'offre globale sur ce même marché. Si elle augmente ou diminue sa production, l'offre sur le marché n'est pas affectée significativement et les prix restent inchangés. L'entreprise qui opère sur un marché concurrentiel sait donc qu'elle ne peut pas influencer le prix du marché, elle le subit. On dit aussi qu'elle est un preneur de prix ("*price taker*" par opposition à

"*price maker*"). La demande du produit de l'entreprise est donc parfaitement élastique : Au prix p_0 du marché, elle peut écouler tout ce qu'elle peut produire. Mais elle ne vendra rien si elle demande un prix un peu plus élevé, puisque les acheteurs trouveront le même produit (hypothèse d'homogénéité) au prix p_0.
Il faut cependant observer que le fait que la demande perçue par une entreprise particulière soit parfaitement élastique ne signifie pas que la demande totale sur le marché est aussi parfaitement élastique. Elle est, au contraire, compatible avec une courbe de demande décroissante avec le prix et donc pas parfaitement élastique. Nous trouvons ici une illustration du sophisme de composition : Ce qui vaut pour une entreprise particulière ne vaut pas pour l'ensemble des entreprises d'un marché concurrentiel.

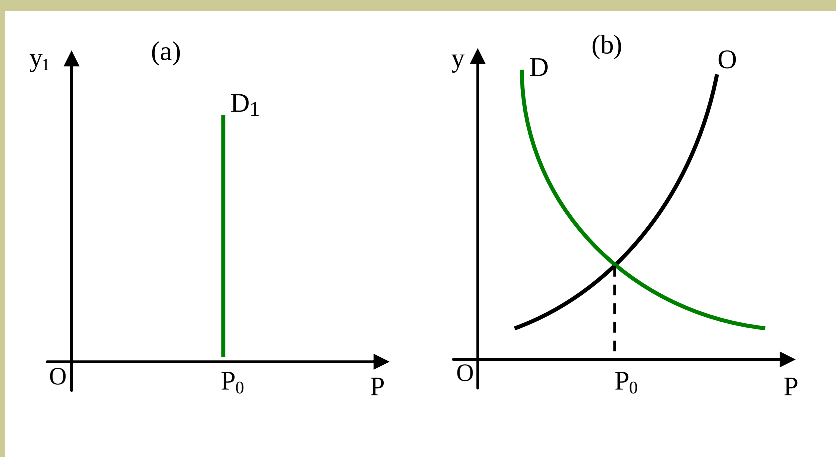


Figure 5.1 (a) demande à l'entreprise (b) demande et offre de marché

II- La détermination de la production optimale à court terme

Le profit d'une entreprise concurrentielle est :

$$\pi = R(y) - C(y) \qquad \text{avec } R(y) = p.y$$

Il est facile de voir que tant la recette marginale R'(y) que la recette moyenne (RM) sont constantes et égales au prix du marché p.

La condition du premier ordre de maximisation du profit est :

$$R'(y) - C'(y) = 0 \Rightarrow R'(y) = C'(y) \quad \text{c'est à dire } Rm = Cm$$

Or, Rm = ρ. D'où : Cm = ρ.

Cette condition est nécessaire si le volume de production appartient à l'intérieur de l'ensemble de production (y > 0).

On en déduit que si l'entreprise décide de produire (y>0), elle choisira le volume de production dont le coût marginal est égal au prix du marché. Cette condition est suffisante lorsque la fonction de production est concave ou lorsque les rendements d'échelle sont non croissants. Or nous avons vu qu'à court terme, les rendements sont généralement croissants puis décroissants. La courbe de coût marginal est alors décroissante puis croissante. Dans ce cas, il est possible que la droite de la recette marginale coupe la courbe de coût marginal en deux points. En chacun de ces deux points l'égalité Rm = Cm est donc vérifiée ; *l'un d'eux seulement correspond au maximum du profit*. Considérons d'abord le point A, c'est à dire le point d'intersection de la droite de la recette marginale avec la branche descendante de la courbe du coût marginal. Si on augmente la production d'une unité, son coût marginal sera inférieur au prix p. Le profit augmenterait donc. On en déduit qu'en A le profit n'est pas maximum.

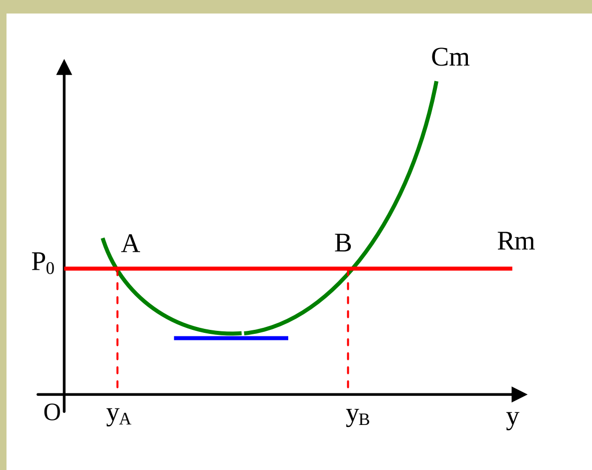


Figure 5.2 Courbe de coût marginal

Au contraire comme en B le coût marginal est croissant, la production d'une unité supplémentaire coûte plus qu'elle ne rapporte et diminue donc le profit. Alors que si on diminue la production d'une unité l'économie de coût est inférieure au manque à gagner (p). Pour avoir le profit maximum, il faut donc produire la quantité correspondant au point B. Ainsi, l'égalité Rm = Cm doit être vérifiée au niveau de la partie ascendante de la courbe du Cm.

Il faut maintenant s'assurer que le volume de production correspondant à l'égalité du coût marginal et de la recette marginale correspond en fait à un profit maximum ou simplement à une perte minimale. Et dans ce dernier cas, il faut comparer cette production à perte avec l'arrêt d'activité. Pour cela nous avons besoin d'introduire la courbe de coût moyen.

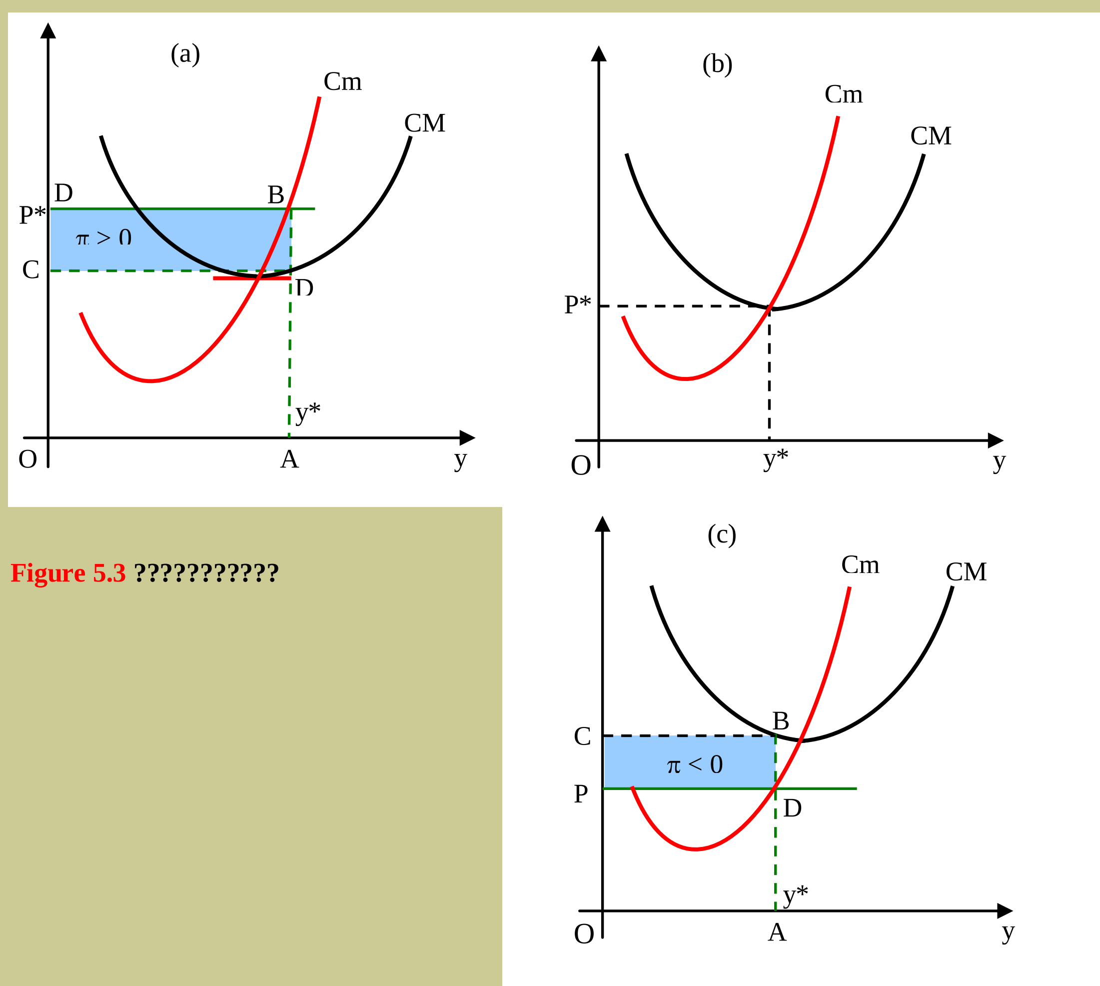


Figure 5.3 ???????????

On distingue alors trois cas, suivant la position de la droite horizontale de recette marginale par rapport à la courbe de coût moyen :

a) Si le prix du marché est *supérieur* au minimum du coût moyen, la recette totale (surface du rectangle ACOD) est supérieure au coût total (surface du rectangle EBCO) et il y a donc *profit effectif*. [*fig. 5.3-a*]

b) Si au contraire le prix du marché est *inférieur* au minimum du coût moyen, la production correspondant à l'égalité du prix et du coût marginal *engendre en fait une perte*. Il faut remarquer cependant que cette perte est inférieure à celle engendrée par toute autre production non nulle. [*fig. 5.3-c*]

c) Enfin si le prix est *égal* au minimum du coût moyen de production l'entreprise *ne fait ni perte ni profit*. C'est pourquoi ce prix est appelé *seuil de rentabilité* ou point mort (égalité de la recette totale et du coût total). [*fig. 5.3-b*]

Que doit faire l'entreprise si, en produisant, elle réaliserait une perte? Dans ce cas il faut comparer cette situation avec l'arrêt des activités. Or, dans le court terme, l'entreprise supporte des coûts fixes, qu'elle produise ou qu'elle arrête son activité. Alors si la perte correspondant au point d'équilibre est inférieure aux coûts fixes, l'entreprise a intérêt à continuer à travailler. Dans ce cas la production permet de couvrir les frais variables et une partie des frais fixes. C'est mieux que de payer la totalité des frais fixes.

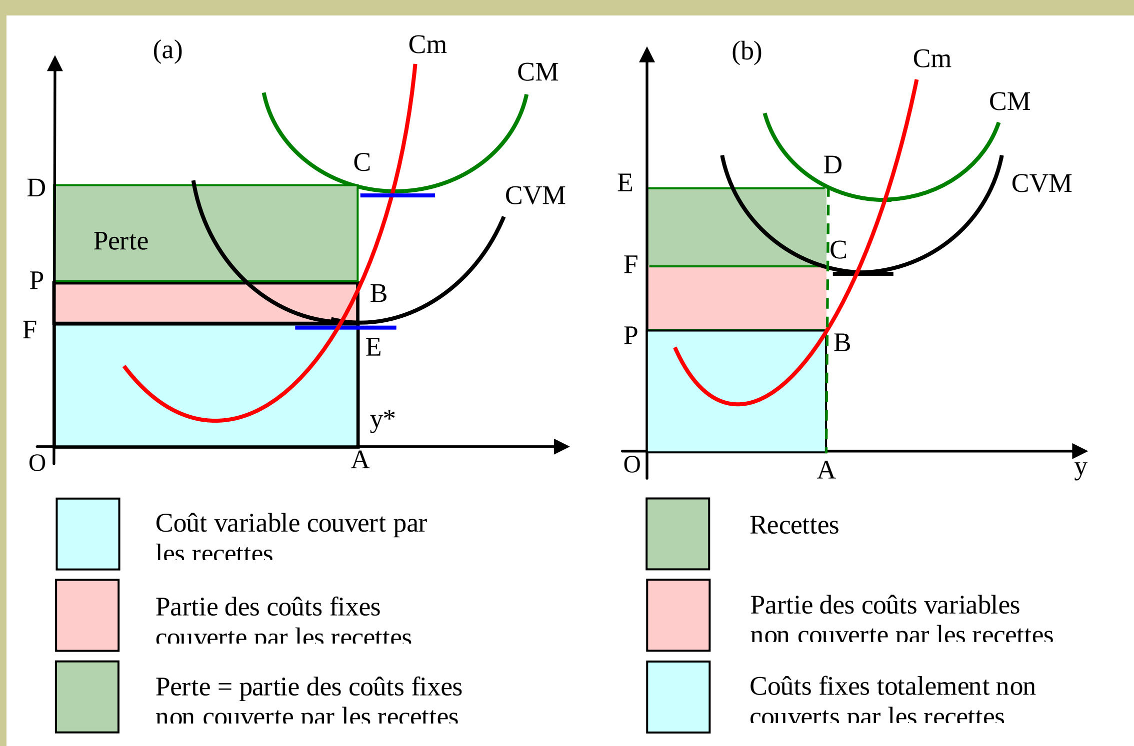


Figure 5.4 ???????

Si le prix du marché descend au-dessous du minimum du coût variable moyen, alors les recettes ne suffisent même pas à couvrir les frais variables et l'entreprise préférerait fermer ses portes et payer les coûts fixes. Le minimum du coût variable moyen est pour celà appelé *seuil de fermeture*.

Résumons :

- Si le prix du marché est inférieur au minimum du coût variable moyen, la production optimale est nulle, l'entreprise cesse son activité.

- Si le prix est supérieur au seuil de fermeture, l'entreprise choisira le niveau de production correspondant à l'intersection de la droite de la recette marginale avec la branche ascendante de la courbe de coût marginal. En ce faisant elle réalise un profit économique si le prix est aussi supérieur au minimum du coût moyen et une perte dans le cas contraire.

* $p > p_r = \min CM \Rightarrow y^* > 0$ et $\pi(y^*) > 0$

* $p = p_r \quad \Rightarrow \quad y^* > 0$ et $\pi(y^*) = 0$

* $p_f = \min CVM < p < p_r \Rightarrow y^* > 0$ et $\pi(y^*) < 0$

$$| \pi | < CF$$

* $p < p_f \Rightarrow y^* = 0, \pi < 0$ et $\pi = - CF$

III - Détermination du volume de production à long terme

La condition d'équilibre est toujours la même : égalité du coût marginal et du prix. L'entreprise choisit le niveau de production correspondant à l'intersection entre la courbe de coût marginal et la droite de la recette marginale, pourvu bien sûr que cette production ne soit pas nulle (point intérieur).

La différence avec le court terme est que maintenant, il n'y a plus de coûts fixes. Si la production est nulle, le coût est nul. A l'équilibre correspondant au point d'intersection de la courbe de coût marginal et de la droite de recette marginale, le profit doit être effectivement positif. Autrement, l'entreprise préférerait ne rien produire.

Donc à long terme, si le prix du marché est supérieur au minimum du coût moyen à long terme, l'entreprise choisit le niveau de production qui égalise le coût marginal au prix. Si au contraire le prix du marché est inférieur au minimum du coût moyen à long terme, elle préférerait sortir de l'industrie. Lorsque le profit est positif, le bénéfice comptable fait plus que couvrir le coût d'opportunité du temps et des fonds propres engagés par les propriétaires de l'entreprise. On dit alors qu'il y a un sur profit.

IV- Courbes d'offre

Le comportement de l'entreprise concurrentielle peut se résumer par une relation qui exprime pour chaque niveau de prix qui s'établit sur le marché, le volume de production que l'entreprise apporterait sur le marché. La représentation graphique de cette relation est alors appelée *courbe d'offre*.

* A court terme, rappelons-le, l'entreprise ne produit rien, et donc n'offre rien, si le prix du marché est strictement inférieur au minimum de son coût variable moyen. Au-delà elle offrira la quantité qui correspond à l'égalité du prix et du coût marginal.

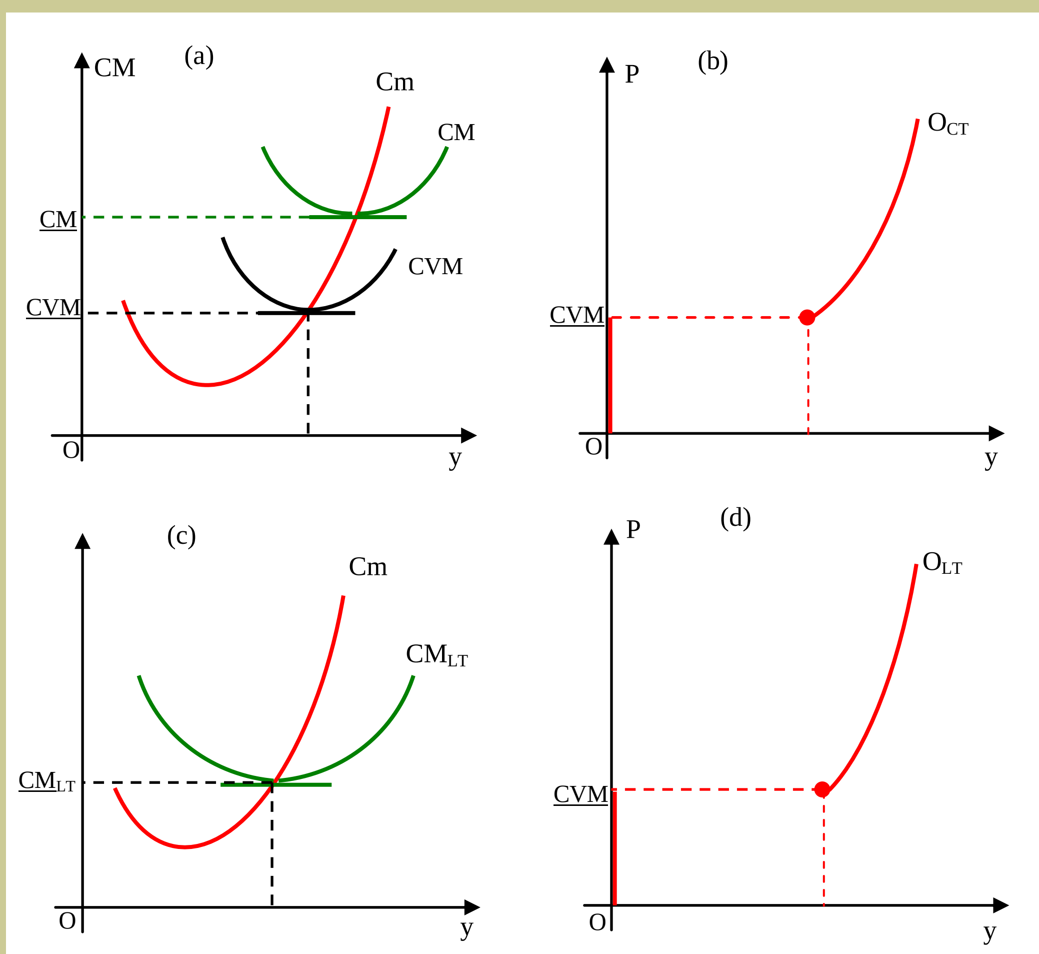


Figure 5.5 Courbes d'offre

La courbe d'offre est d'abord confondue avec l'axe des ordonnées (y = 0) lorsque le prix est inférieur au minimum du coût variable moyen CVM. Ensuite, elle s'identifie à la courbe du coût marginal.

* A long terme, la courbe d'offre s'identifie à la courbe du coût marginal à long terme à partir du minimum du coût moyen à long terme, puisqu'il n'y a plus de distinction à faire entre coûts fixes et coûts variables. [*figures 5.5-c et 5.5-d*]

Note : la tradition francophone veut qu'on représente une relation en portant en abscisses les antécédents et en ordonnées les images. Dans ce cas on devrait représenter les courbes d'offre en portant les prix du marché sur l'axe des abscisses. La transformation est évidente :

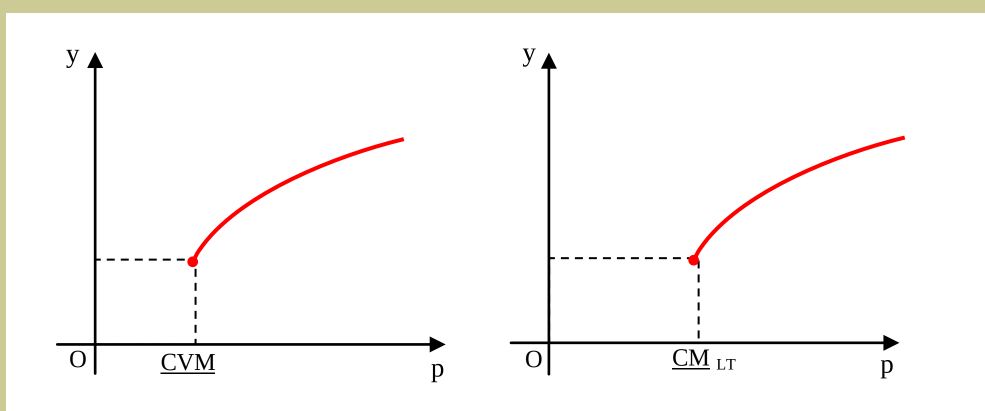


Figure 5.6